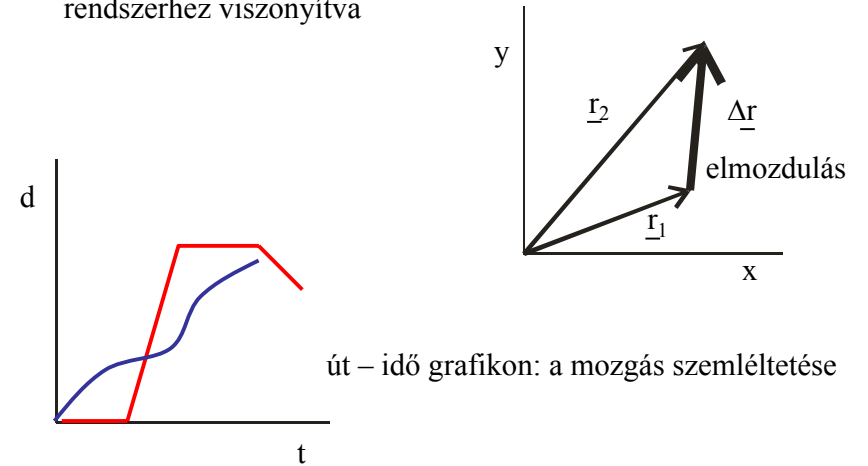


Mozgás formák

Mozgás:

a test helyzetének változása egy vonatkoztatási rendszerhez viszonyítva



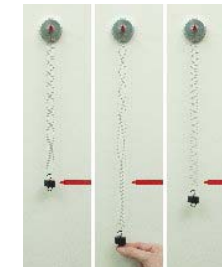
A mozgás jellemzése: sebesség



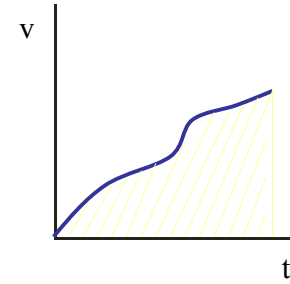
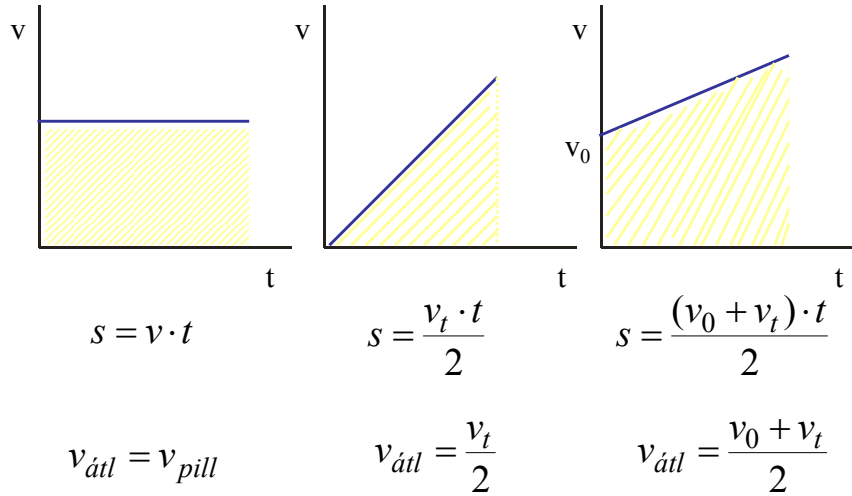
- pillanatnyi sebesség $v = \frac{\dot{ú}}{idő} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ [ms⁻¹]
 - átlagsebesség $v_{\text{átl}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}}$ [kmh⁻¹]

A mozgások osztályozása

irány alapján	sebesség alapján	összetétel alapján
egyenes vonalú	egyenletes	egyszerű
görbe vonalú	egyenletesen változó	összetett
kör		
rezgő	változó	



Egyenes vonalú mozgások



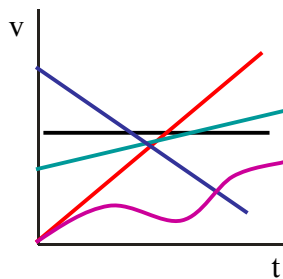
$$s = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + \dots + v_n \cdot t_n = \sum_{i=1}^n v_i \cdot t_i$$

$$v_{\text{átl}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \cdot t_i}{t_{\text{összes}}}$$

A sebesség megváltozása: gyorsulás

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

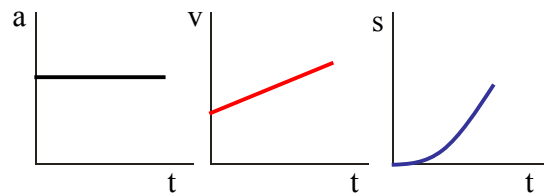
[ms⁻²]



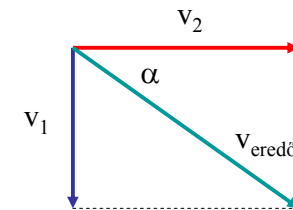
egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás:

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$



összetett egyenes vonalú mozgások:



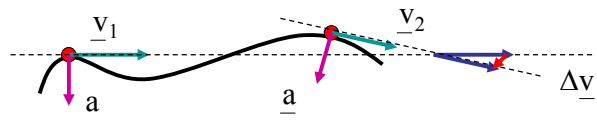
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2}$$

$$v_{\text{eredő}} = \sqrt{(v_1^2 + v_2^2)}$$

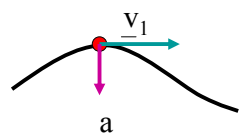
Görbe vonalú mozgások

A sebesség vektor iránya: mindig a pálya érintőjének iránya

görbe vonalú mozgás gyorsulása: $\underline{a} = \frac{\Delta \underline{v}}{\Delta t}$

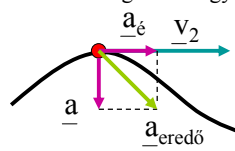


normális (merőleges) gyorsulás



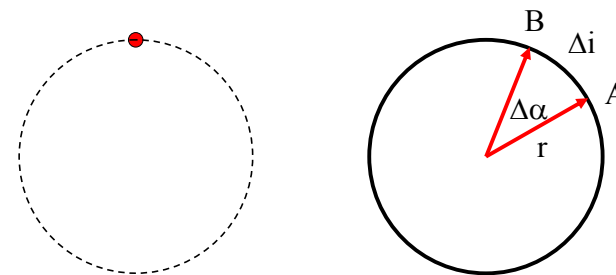
a sebességnek csak az iránya változik

tangenciális gyorsulás



a sebességnek iránya és nagysága is változik

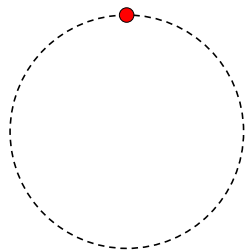
Körmozgások



radián bevezetése: $\Delta \alpha = \frac{\Delta i}{r}$

$180^\circ = \pi$ radián

Egyenletes körmozgás



- keringési (periódus) idő: T [s]
- fordulatszám: n [1/s] ($n = 1/T$)
- kerületi sebesség:

$$v_k = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{2r\pi}{T} = 2r\pi \cdot n$$

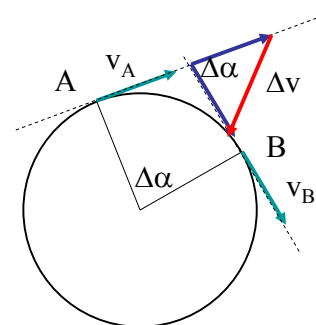
- szögsebesség:

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \quad [\text{rad/s}]$$

$$v_k = r \cdot \omega$$

$$(\omega = 2 \cdot \pi \cdot n)$$

Az egyenletes körmozgást végző test gyorsulása:



$$v_A = v_B = v$$

$$\frac{AB}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

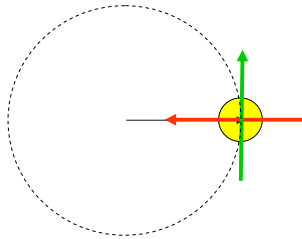
$$\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow AB \rightarrow \Delta i = v \cdot \Delta t$$

$$\frac{v \cdot \Delta t}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

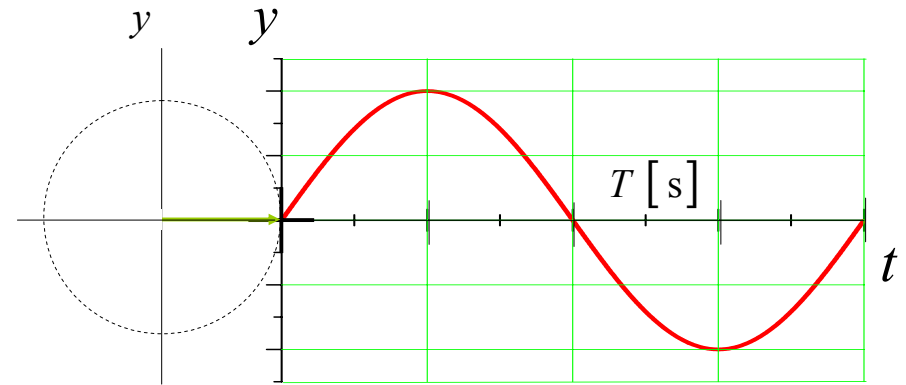
$$\Delta v = \frac{v^2 \cdot \Delta t}{r}$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = konst$$

Egyenletes körmozgás sebesség- és gyorsulás vektorának változása a mozgás során:



Az egyenletes körmozgást végző pont vetülete az y irányban:



$$y(t) = r \sin \omega t = r \sin 2\pi n t$$

(Egyenletesen) változó körmozgás

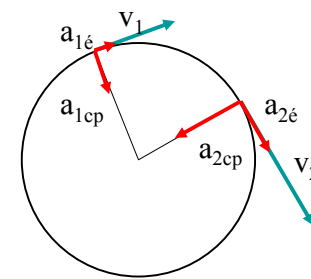
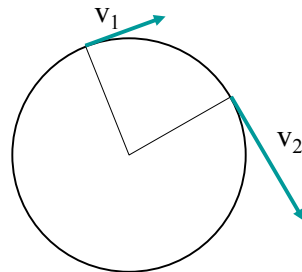


$$v_k \neq konst$$

iránya és nagysága is változik

$$a_{cp} \neq konst \quad \omega \neq konst$$

nagyságuk változik



$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$$

ha a_e állandó:
(egyenletesen gyorsuló körmozgás)

$$v_k = v_0 + a_e \cdot t$$

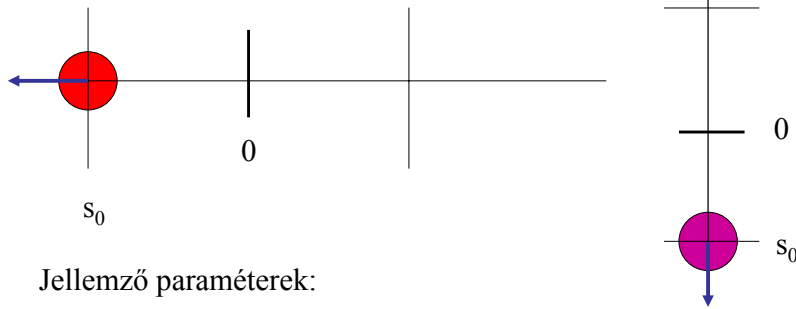
$$v_k = v_0 + a_e \cdot t = r \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{v_0}{r} + \frac{a_e}{r} t \quad \omega_0 = \frac{v_0}{r} \quad \frac{a_e}{r} = \beta \quad \omega = \omega_0 + \beta \cdot t$$

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t} \Rightarrow \beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad [\text{rad/s}^2] \quad a_e = r \cdot \beta$$

szöggyorsulás

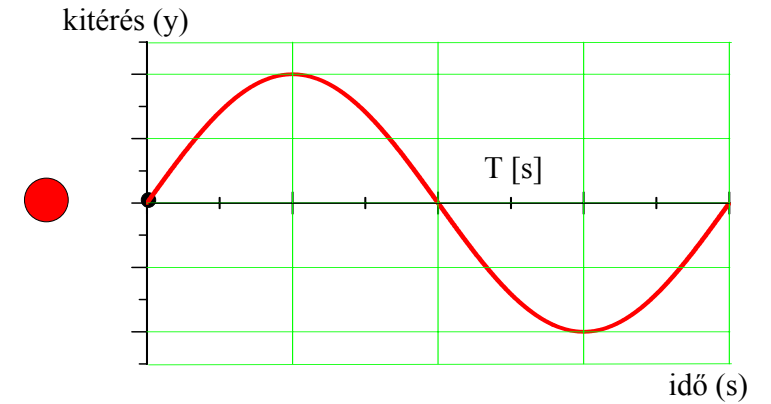
Mechanikai rezgések



Jellemző paraméterek:

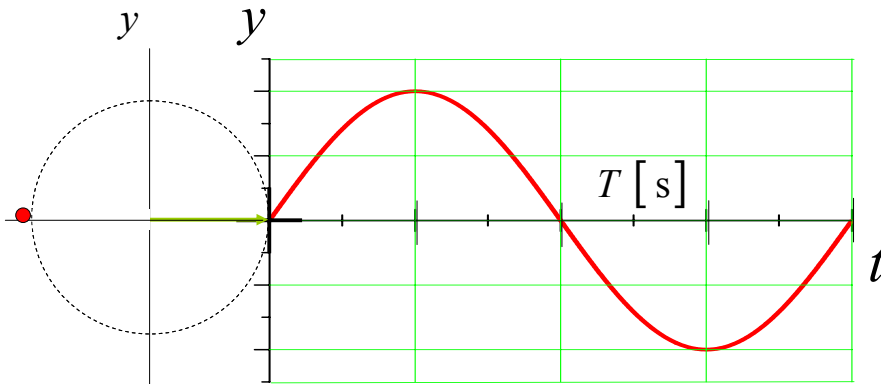
- periódus idő: T [s] $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$
- frekvencia: f (v) [1/s] hertz (Hz) $f = 1/T$
- amplitúdó (maximális kitérés) A_{\max} (S_0) [m]

Harmonikus rezgőmozgás



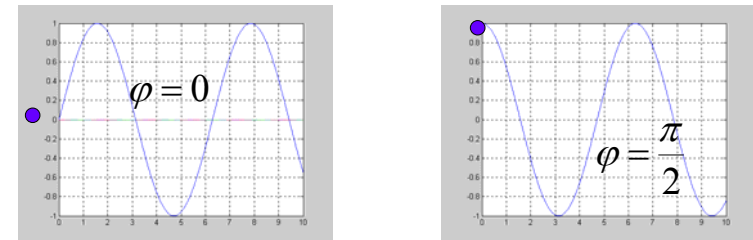
$$y(t) = A \sin \omega t = A \sin 2\pi f t = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

Az egyenletes körmozgás és a harmonikus rezgőmozgás kapcsolata:



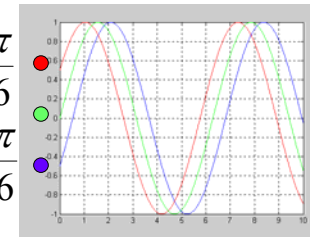
$$y(t) = r \sin \omega t = r \sin 2\pi n t$$

A harmonikus rezgőmozgás kezdőfázisa



$$\varphi = \frac{\pi}{6}$$

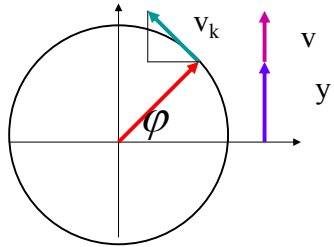
$$\varphi = -\frac{\pi}{6}$$



kezdeti kitérés:
 $y_0 = A \sin \varphi_0$

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$$

A harmonikus rezgőmozgás sebessége



$$v = v_k \cdot \cos \varphi$$

$$v_k = R \cdot \omega$$

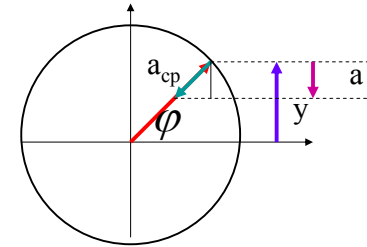
$$v = A \cdot \omega \cdot \cos \varphi = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

sebességamplitúdó

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

A harmonikus rezgőmozgás gyorsulása



$$a = -a_{cp} \cdot \sin \varphi$$

$$a_{cp} = R \omega^2$$

$$a = -A \omega^2 \sin(\omega t)$$

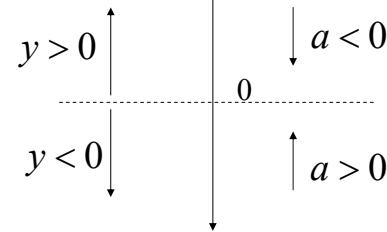
$$a_{\max} = A \omega^2$$

gyorsulásamplitúdó

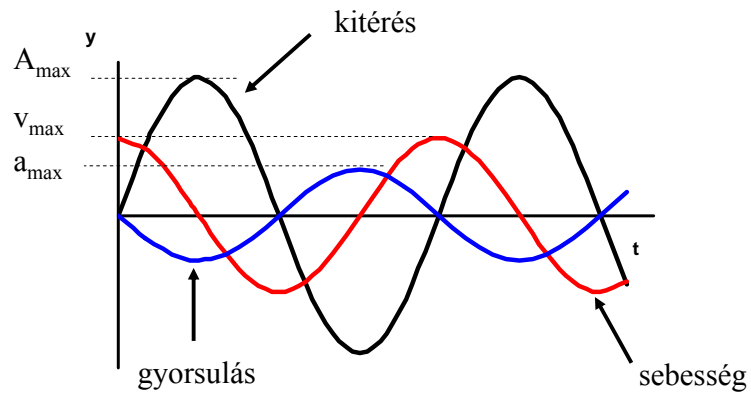
$$a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -\omega^2 \cdot y$$

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$



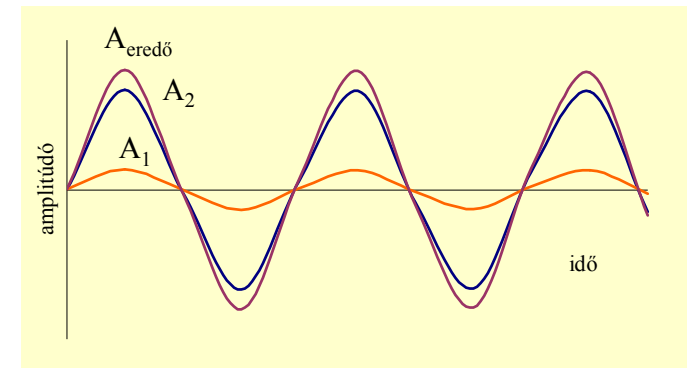
A harmonikus rezgőmozgás kitérés-, sebesség- és gyorsulás-idő grafikonja



Egy egyenesbe eső harmonikus rezgések összetétele

$$f_1 = f_2$$

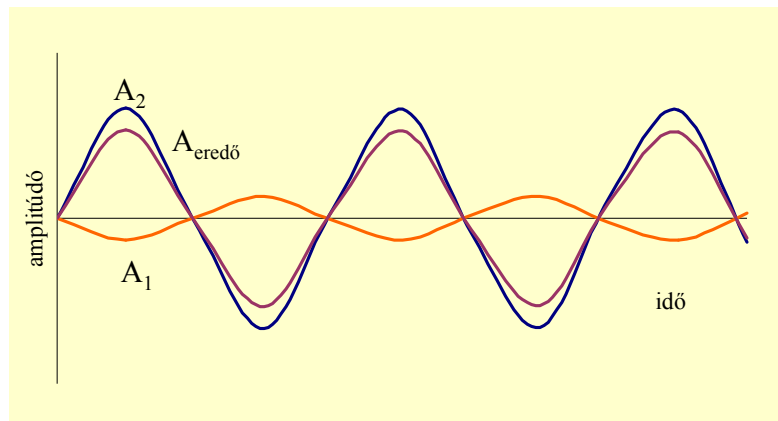
$$\Delta \varphi = 0$$



$$A_{eredo}(t) = A_1(t) + A_2(t)$$

$f_1 = f_2$

$\Delta\varphi = \pi$



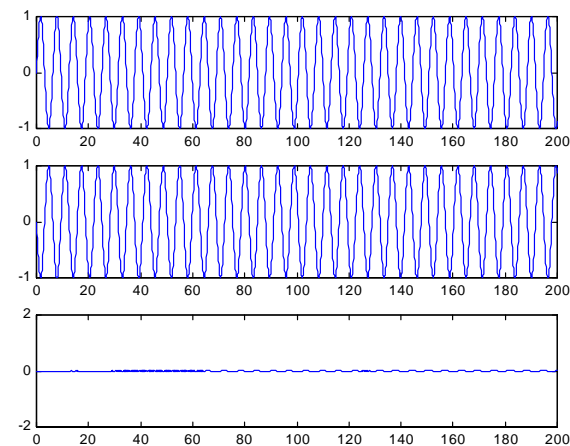
$$A_{eredő}(t) = A_1(t) + A_2(t)$$

$f_1 = f_2$

$\Delta\varphi = \pi$

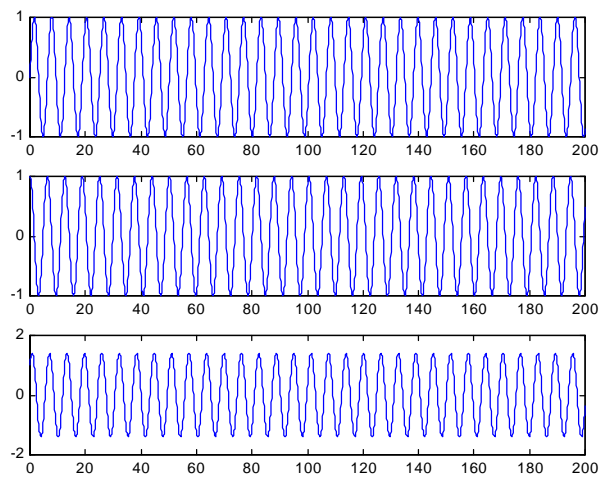
$A_1 = A_2$

kioltás



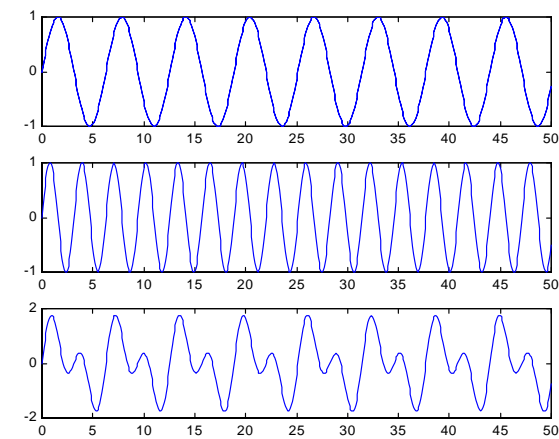
$f_1 = f_2$

$\Delta\varphi = \pi/2$

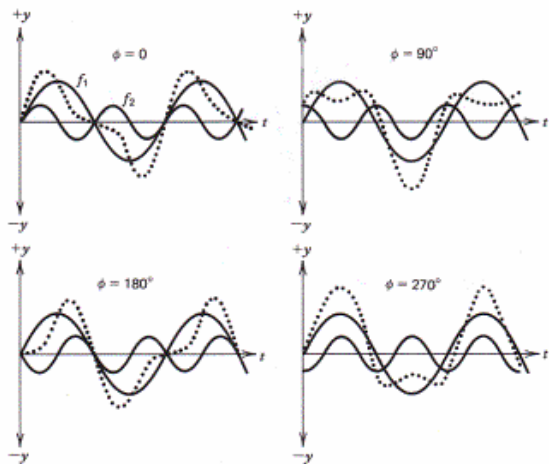


$2f_1 = f_2$

$\Delta\varphi = 0$

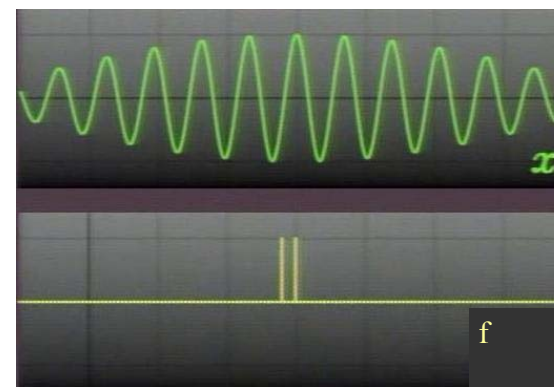


eredmény: nem harmonikus, de lehet periodikus rezgés!



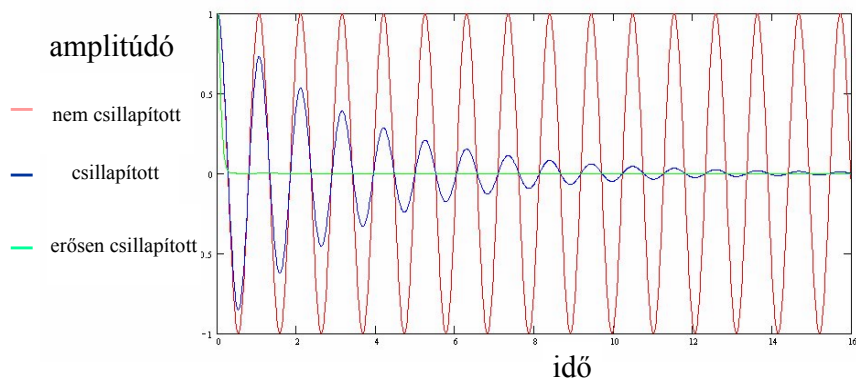
f és $2f$ frekvenciájú rezgések szuperpozíciója különböző $\Delta\phi$ -nél

lebegés: két rezgés eredője, ha Δf kicsi



Csillapított rezgések

csillapítás oka: - súrlódás (lineáris burkoló görbe)
- közegellenállás (exponenciális burkoló görbe)



Kényszer rezgések - rezonancia

Kényszer rezgés: a rezgő rendszere kívülről kényszerített frekvencia

feltétele: periodikusan változó külső erő hatása a rezgő rendszerre

Rezonancia görbe:

a rezgés amplitúdójának változása a gerjesztő frekvencia függvényében

