

# A gázok speciális állapotváltásai



SZÉCHENYI TERV



Digitális tananyag  
a fizika tanításához



MAGYARORSZÁG MEGÚJUL



A projekt az Európai Unió támogatásával,  
az Európai Szociális Alap  
társfinanszírozásával valósul meg.

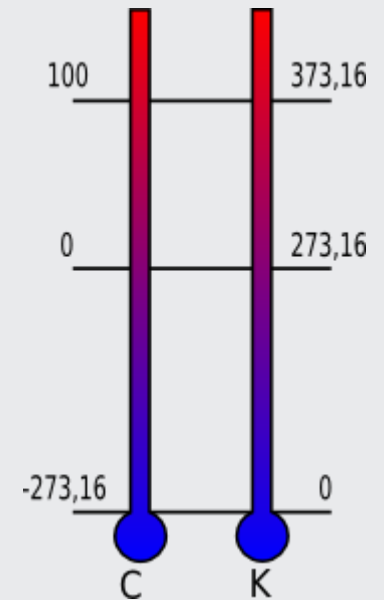
# Gázok állapotjelzői

Adott mennyiségű gáz állapotjelzői:

- Nyomás:  $[p]=1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$
- Térfogat  $[V]=1\text{m}^3$
- Hőmérséklet  $[T]=1\text{K}$ ;

A gázok állapotát megadó egyéb mennyiségek:

- tömeg:  $[m]=1\text{g}$
- anyagmennyiség:  $[n]=1\text{mol}$
- részecskeszám (atom, molekula):  $N$
- moláris tömeg:  $[M]=1\text{g/mol}$



A Celsius és Kelvin skála alap pontjai



Állapotegyenlet:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

1 mol az az anyagmennyiség mely  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  db részecskét (atomot vagy molekulát) tartalmaz.

moláris tömeg (M): 1 mol anyagmennyiség tömege grammban kifejezve. Pl: a víz ( $H_2O$ ) moláris tömege:  $2 \cdot 1 + 16 = 18 \text{g/mol}$ .

R – Regnault állandó vagy egyetemes gázállandó.  $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

$$R = N_A \cdot k$$

k: Boltzmann állandó  
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$



## Normál fizikai állapot jelzői:

normál légköri nyomás:  $p_0=1,013 \cdot 10^5$  Pa

hőmérséklet:  $T_0=273,15$ K ( $0^{\circ}$ C)

## Avogadro törvény:

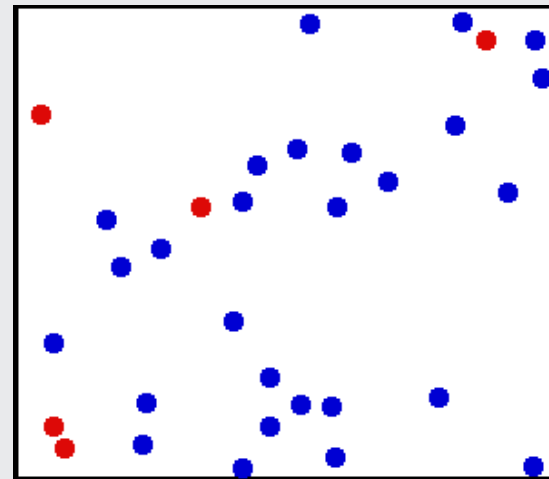
Egy mol gázmennyiség térfogata normál fizikai állapotban a gáz minőségétől függetlenül ugyanakkora:  $22,41$ dm<sup>3</sup>



A projekt az Európai Unió támogatásával,  
az Európai Szociális Alap  
társfinanszírozásával valósul meg.

Az **ideális gáz** modellje olyan absztrakció, mellyel matematikailag leírható a gázok viselkedése eléggé alacsony nyomáson és magas hőmérsékleten.

- A gázmolekulák saját térfogata elhanyagolható a gáz által betöltött térfogathoz képest.
- A gázmolekulák spontán, rendezetlen, magától végbemenő mozgásban vannak (Brown-féle hőmozgás). A mozgás intenzitásának jellemzésére az abszolút hőmérséklet szolgál [T].
- A gázmolekulák egymásra sem vonzó, sem taszító hatást nem fejtenek ki, az ütközésektől eltekintve .
- A gázmolekulák egymással illetve az edény falával való ütközése rugalmas.

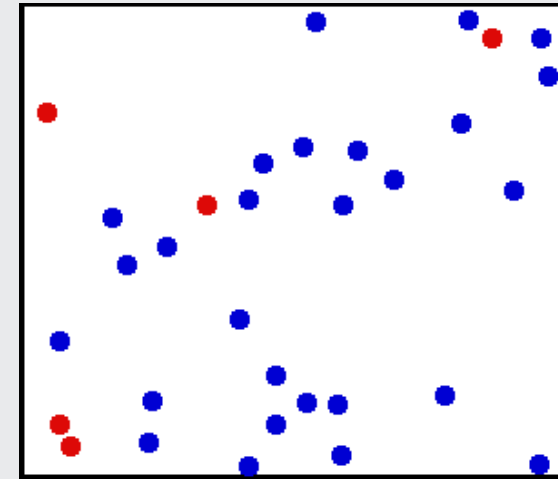


## A bezárt gázok nyomásának kinetikai értelmezése:

- Miközben a molekulák a tartály falával ütköznek, a falra erőt fejtenek ki, ebből származik a gáz által a tartály falára kifejtett nyomás.

## A gáz belső energiája:

- A gázmolekulák átlagos sebességét és mozgási energiáját a gáz hőmérséklete adja meg.
- Azonos hőmérsékleten, azonos számú gázmolekula összes mozgási energiája megegyezik, és független a gáz anyagi minőségétől. Ez a gáz belső energiája.



## Ideális gázmolekula szabadsági fokainak száma többféle értelmezésben:

- egy molekula teljes mozgásának leírásához szükséges sebesség és szögsebesség komponensek száma.
- Egy molekula mozgási lehetőségeinek száma egy háromdimenziós koordinátarendszerhez vonatkoztatva.
- Az a szám mely megadja, hogy egy anyag egyetlen részecskéje hányféle módon képes energiát felvenni.
  - atomos gázok esetén  $f=3$  (haladási szabadsági fokok)
  - kétatomos molekulájú gázok esetén:  $f=3+2$  (forgási)=5
  - többatomos molekulájú gázok esetén:  $f=3+3=6$ .



## Ekvipartíció tétele (Boltzmann):

A mozgási energia a részecskék között, a rendezetlen mozgás, és az ütközések miatt, egyformán oszlik el. Minden sebességösszetevőre (akár haladó mozgási sebességről, akár forgásból származó szögsebességről van szó) átlagosan, egy molekulára:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot T \quad \text{energia jut.}$$

Másképpen: Egy gázmolekula minden egyes szabadsági fokára átlagosan ugyanannyi energia jut.

Adott minőségű és mennyiségű ideális gáz belső energiája csak a hőmérséklet függvénye.





$N$  darab  $f$  szabadsági fokú gázmolekula összes mozgási energiája adja meg a gáz belső energiáját:

$$E_b = N \cdot \frac{f}{2} \cdot k \cdot T = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{f}{2} \cdot p \cdot V$$

Megjegyzés: folyadékok és szilárd anyagok esetén a szabadsági fokok száma nagyobb 6-nál (pl. rezgések miatt). A molekulák, atomok közötti kölcsönhatásnak megfelelő energia is növeli az anyagok belső energiáját. Ezt az energiát figyelembe kell venni a reális gázoknál is.



# Az anyagok belső energiáját megváltoztató kölcsönhatások

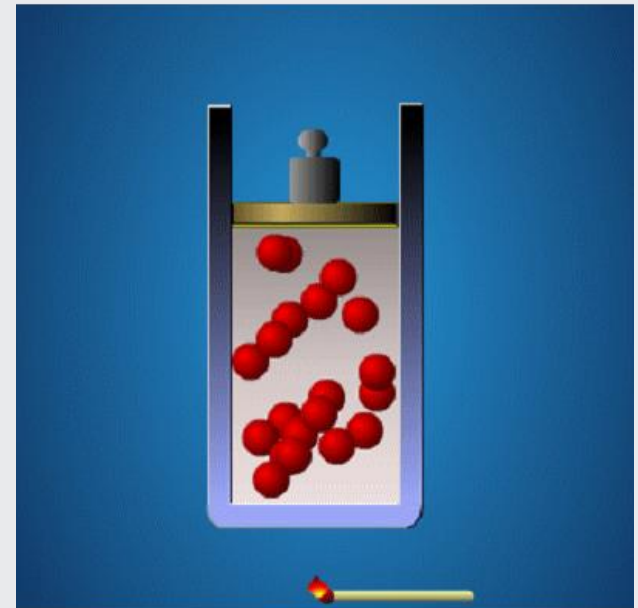
termikus kölcsönhatás - hőközlés-  $Q$

Pl. melegítjük, vagy hűtjük az anyagot

Előjel konvenció:

$Q > 0$  a rendszer hőmennyiséget kap vagy a rendszerrel hőt közlünk.

$Q < 0$  a rendszer hőt ad le vagy a rendszertől hőt vonunk el.



# Az anyagok belső energiáját megváltoztató kölcsönhatások

## mechanikus kölcsönhatás

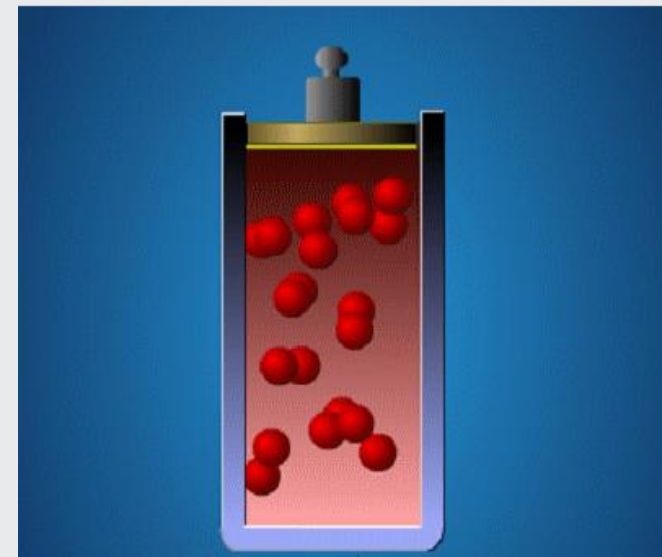
### munkavégzés – $W$

Pl. összenyomunk egy gázmennyiséget, vagy a gázmennyiség kitágulva munkát végez környezetén.

Előjel konvenció:

$W > 0$  a rendszeren munkát végeznek (csökkentjük a gázmennyiség térfogatát)

$W < 0$  a rendszer végez munkát környezetén (a gázmennyiség kitágulva munkát végez környezetén)



# A hőtan I. főtétele

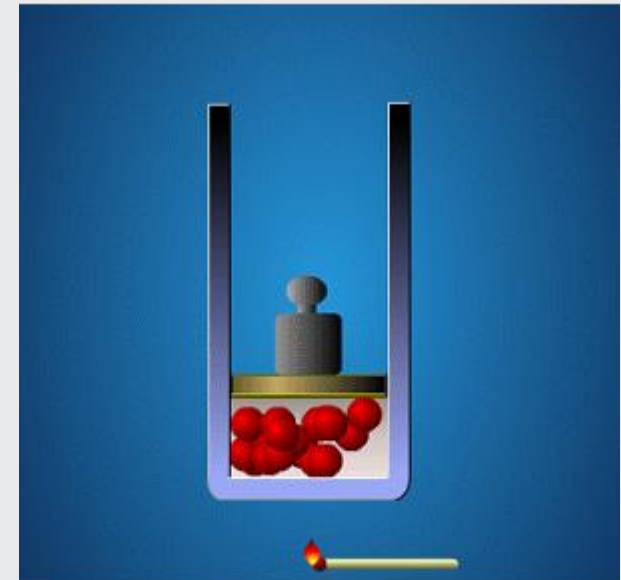
Egy termodinamikai rendszer belső energiájának megváltozása egyenlő a közölt hőmennyiség és a rajta végzett munka előjeles összegével.

$$\Delta E_b = Q + W$$

Mivel a belső energia állapothatározó mennyiség, a belső energia változása nem függ attól, hogy milyen folyamaton keresztül jut el a rendszer a kezdeti állapottól a végső állapotba.

Ideális gázoknál a folyamattól függetlenül:

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot p \cdot \Delta V$$



$$Q > 0 \quad W < 0$$

$$|Q| > |W| \Rightarrow \Delta E_b > 0$$



Az anyagok melegítésekor (vagy hűtésekor) a közölt (vagy leadott) hőmennyiség és a hőmérséklet változás között egyenes arányosság van. Az arányossági tényezőket nevezzük kalorikus együtthatóknak.

Hőkapacitás: megmutatja, hogy egy test egységnyi hőmérséklet változása mekkora hőfelvétellel (vagy hőleadással) jár.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \left( \frac{J}{kg} \right)$$

Fajlagos hőkapacitás (fajhő): megmutatja, hogy egy bizonyos anyag egységnyi tömegének egységnyi hőmérséklet változása mekkora hőfelvétellel (vagy hőleadással) jár.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \left( \frac{J}{kg \cdot K} \right)$$



Ha egy rögzített gázmennyiség  $p$ ,  $V$ ,  $T$  állapotjelzői közül valamelyik nem változik egyszerű állapotváltozásról beszélünk:

Ha  $p$ =állandó  $\rightarrow$  izobár állapotváltozás

Ha  $V$ =állandó  $\rightarrow$  izochor állapotváltozás

Ha  $T$ =állandó  $\rightarrow$  izoterm állapotváltozás

Ha egy rögzített gázmennyiség minden állapotjelzője megváltozik általános állapotváltozásról beszélünk.

Ha egy rögzített gázmennyiség minden állapotjelzője megváltozik, de az állapotváltozás közben a gáz nem cserél hőt ( $Q=0$ ) környezetével adiabatikus állapotváltozásról beszélünk, mely egy speciális állapotváltozásnak tekinthető.



A speciális állapotváltozások energetikai vizsgálata:

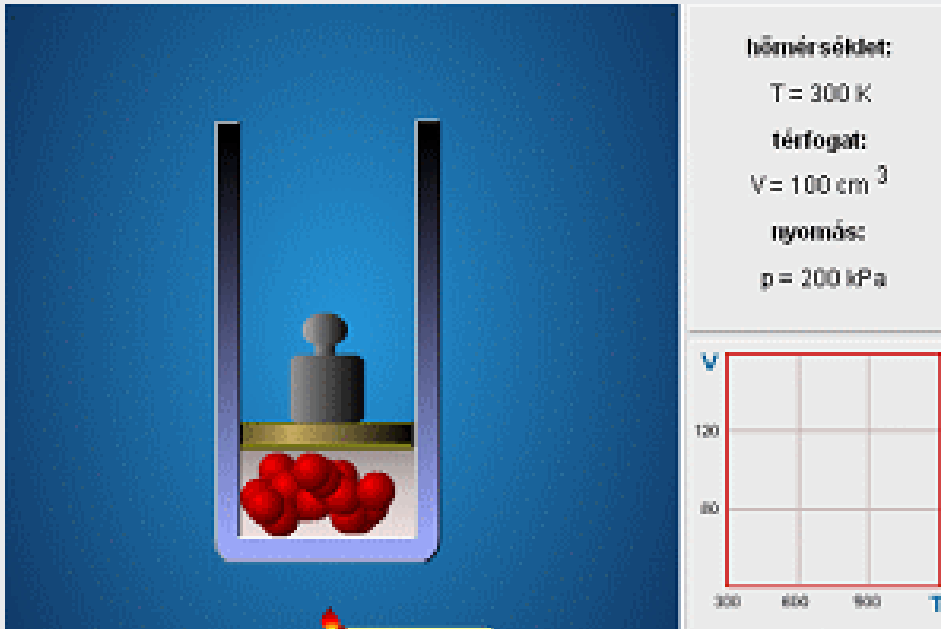
- Izobár állapotváltozás
- Izochor állapotváltozás
- Izoterm állapotváltozás
- Adiabatikus állapotváltozás



A projekt az Európai Unió támogatásával,  
az Európai Szociális Alap  
társfinanszírozásával valósul meg.

## Gay Lussac I. törvénye:

Állandó mennyiségű gáz térfogata állandó nyomáson egyenesen arányos az abszolút (kelvinben mért) hőmérséklettel.



$$\frac{V}{T} = \text{állandó} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

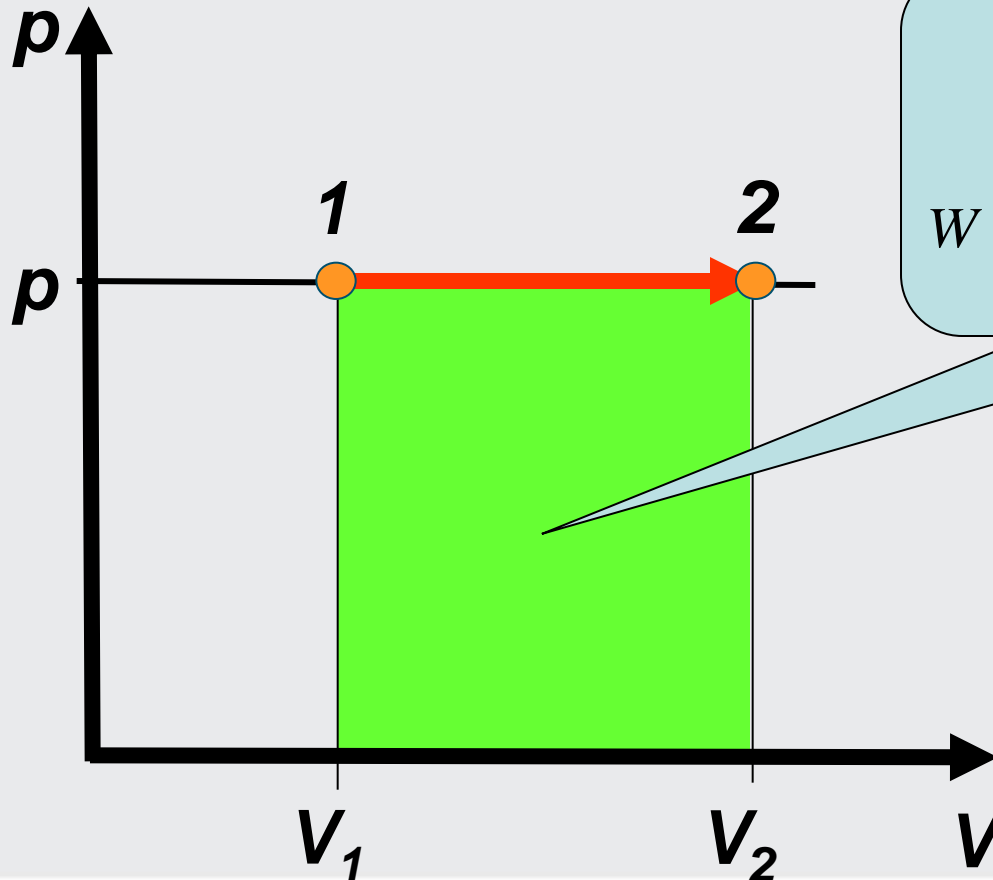
$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

$$\beta = \frac{1}{273K} = 0,00366 \frac{1}{K}$$





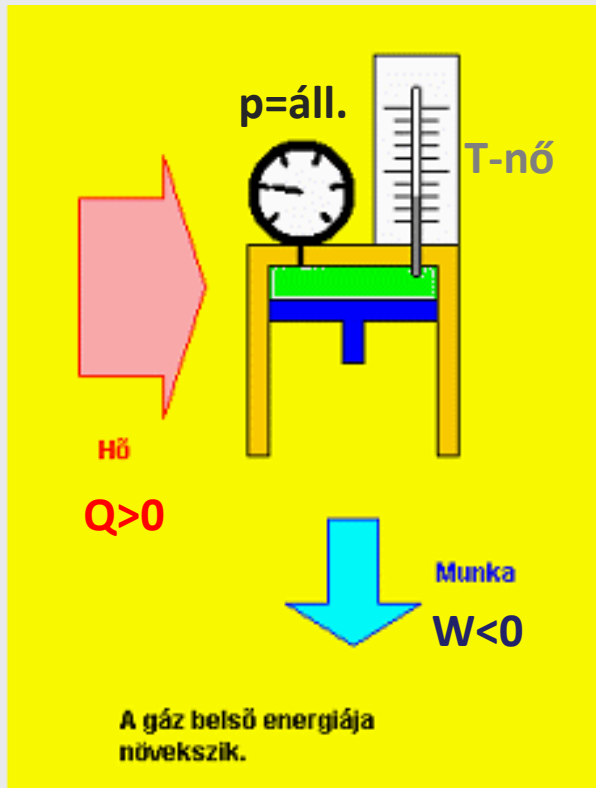
# Izobár állapotváltozás során végzett térfogati munka



A munkavégzés megegyezik a grafikon alatti területtel

$$W = -F \cdot s = p \cdot \Delta V = -n \cdot R \cdot \Delta T$$





Izobár melegítésnél a közölt hőmennyiség egy része a gáz tágulási munkáját fedezi, fennmaradó része a gáz belső energiáját növeli.

Ideális gázoknál: 
$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot p \cdot \Delta V$$

$$Q = \left( \frac{f}{2} + 1 \right) \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \left( \frac{f}{2} + 1 \right) \cdot p \cdot \Delta V$$

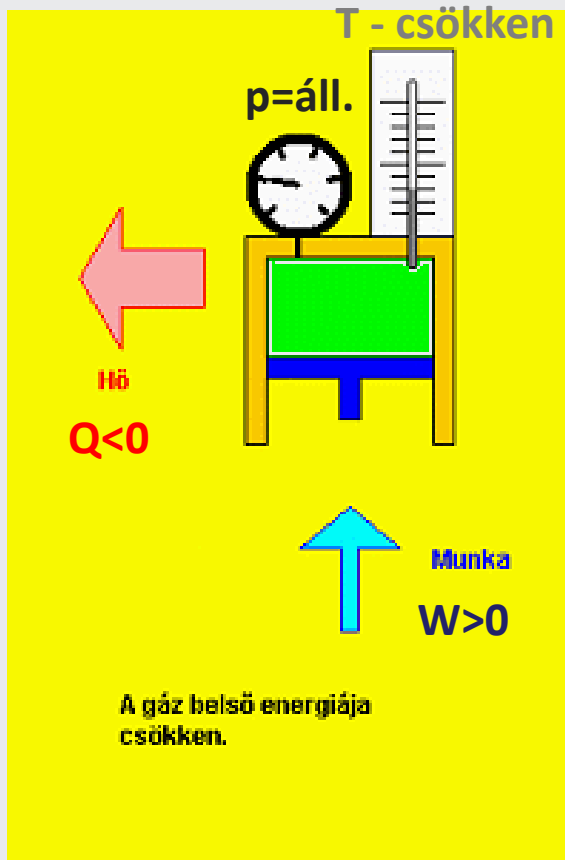
A fajhő ismeretében: 
$$\Delta E_B = c_V \cdot m \cdot \Delta T$$

$$Q = c_P \cdot m \cdot \Delta T$$

A térfogati munka:

$$W = -F \cdot s = p \cdot \Delta V = -n \cdot R \cdot \Delta T$$





Izobár hűtésnél a gáztól elvont hőmennyiség egy részét a gázon végzett munka fedezi, a többi a gáz belső energia csökkenését idézi elő.

Ideális gázoknál: 
$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot p \cdot \Delta V$$

$$Q = \left( \frac{f}{2} + 1 \right) \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \left( \frac{f}{2} + 1 \right) \cdot p \cdot \Delta V$$

A fajhő ismeretében: 
$$\Delta E_B = c_V \cdot m \cdot \Delta T$$

$$Q = c_P \cdot m \cdot \Delta T$$

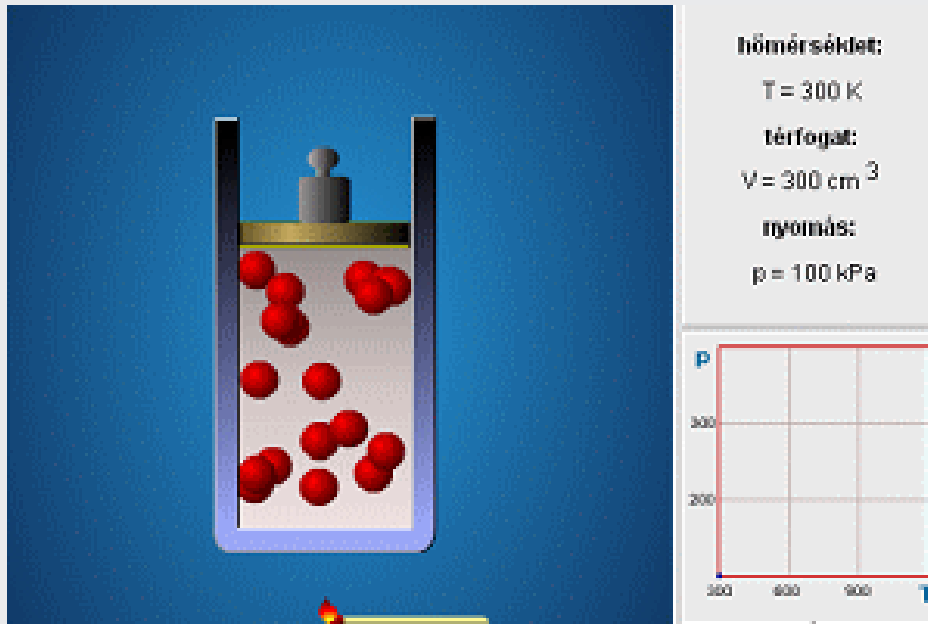
A térfogati munka:

$$W = -F \cdot s = p \cdot \Delta V = -n \cdot R \cdot \Delta T$$



## Gay Lussac II. törvénye:

Állandó mennyiségű gáz nyomása állandó térfogaton egyenesen arányos az abszolút (kelvinben mért) hőmérséklettel.

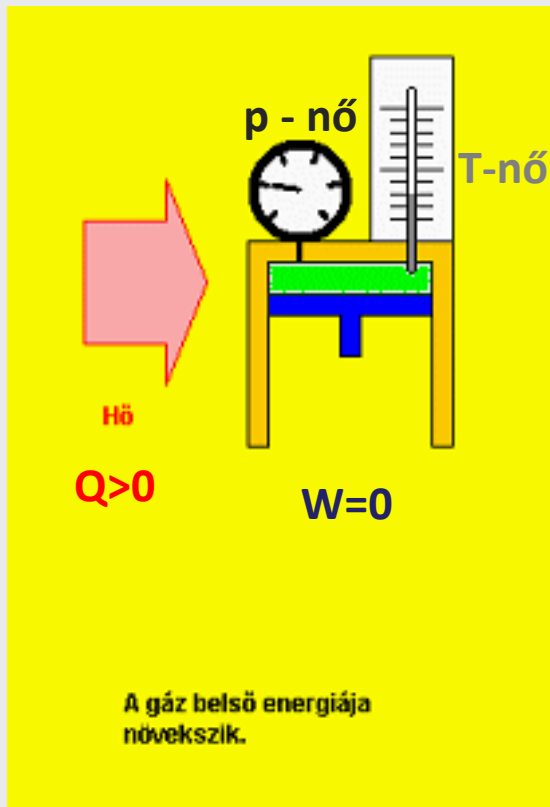


$$\frac{p}{T} = \text{állandó} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\Delta p = p_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

$$\beta = \frac{1}{273K} = 0,00366 \frac{1}{K}$$





Izochor melegítésnél a közölt hőmennyiség teljes egészében a gáz belső energiáját növeli.

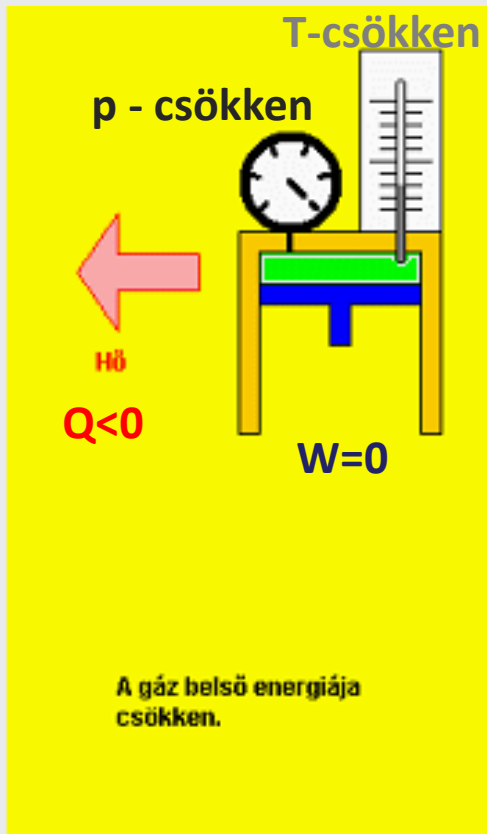
Ideális gázoknál: 
$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot V \cdot \Delta p$$

$$Q = \Delta E_B$$

A fajhő ismeretében: 
$$\Delta E_B = Q = c_V \cdot m \cdot \Delta T$$

A munkavégzés: 
$$W = 0$$





Izochor hűtésnél az elvont hőmennyiség teljes egészében a gáz belső energiáját csökkenti.

Ideális gázoknál: 
$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot V \cdot \Delta p$$

$$Q = \Delta E_B$$

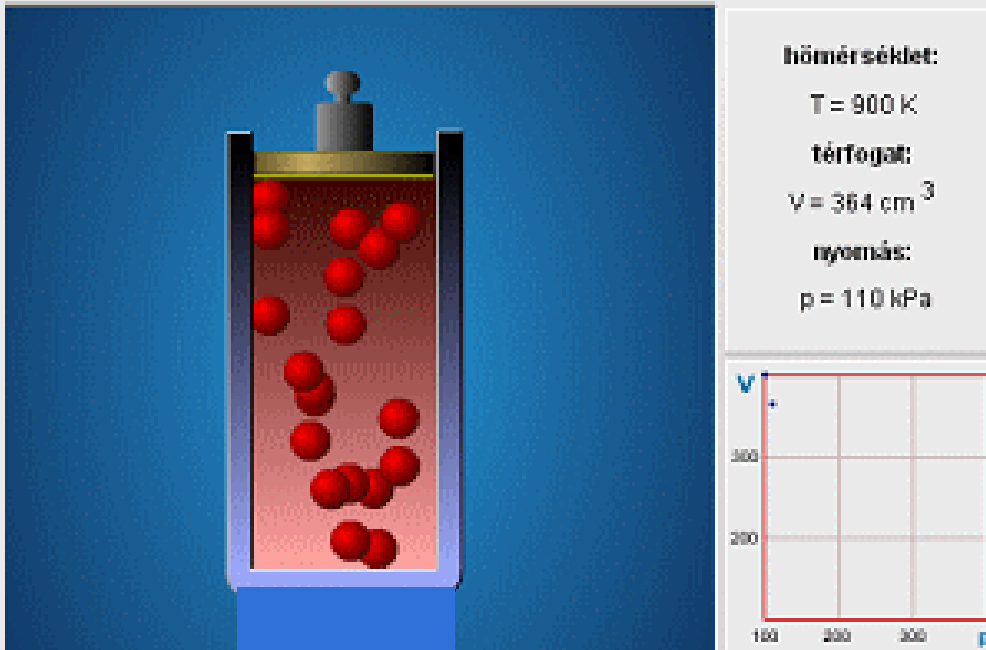
A fajhő ismeretében: 
$$\Delta E_B = Q = c_V \cdot m \cdot \Delta T$$

A munkavégzés: 
$$W = 0$$



## Boyle – Mariotte törvénye:

Állandó mennyiségű gáz nyomása állandó hőmérsékleten fordítottan arányos a térfogatával.

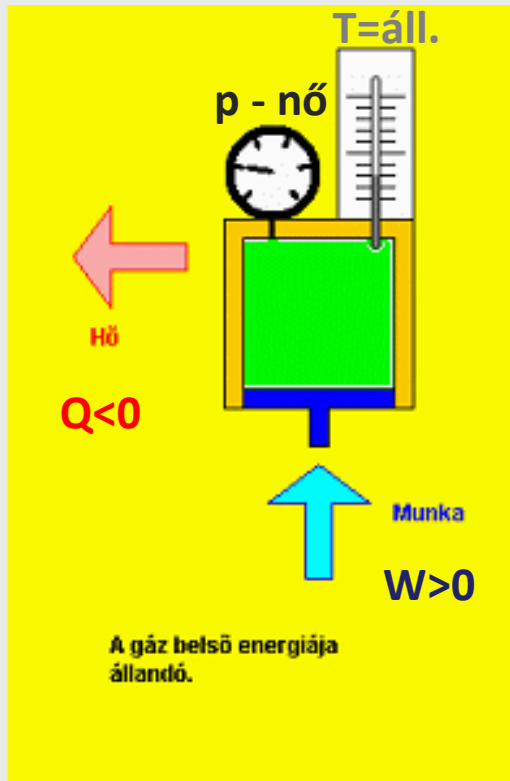


$$p \cdot V = \text{állandó}$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$



Izoterm összenyomásnál a gázon végzett munka egyenlő a gáz által a környezetének leadott hőmennyiséggel.

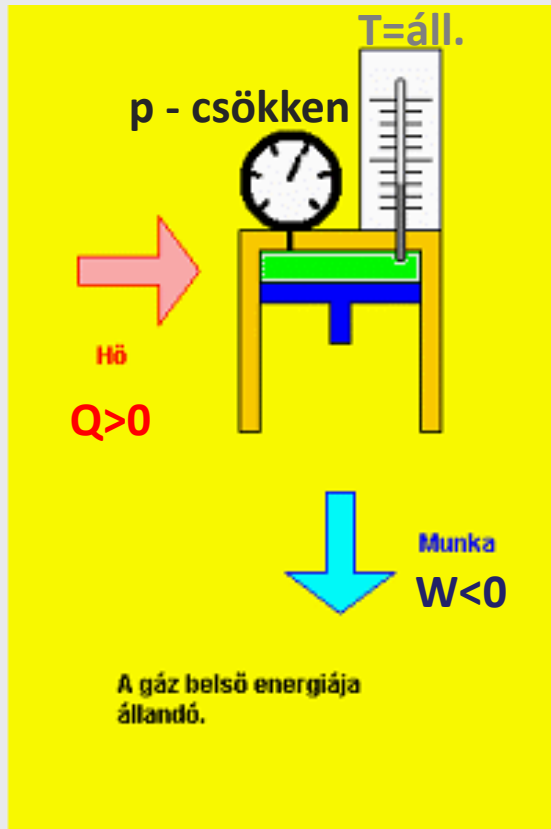


$$\Delta E_b = 0$$

$$Q = -W$$







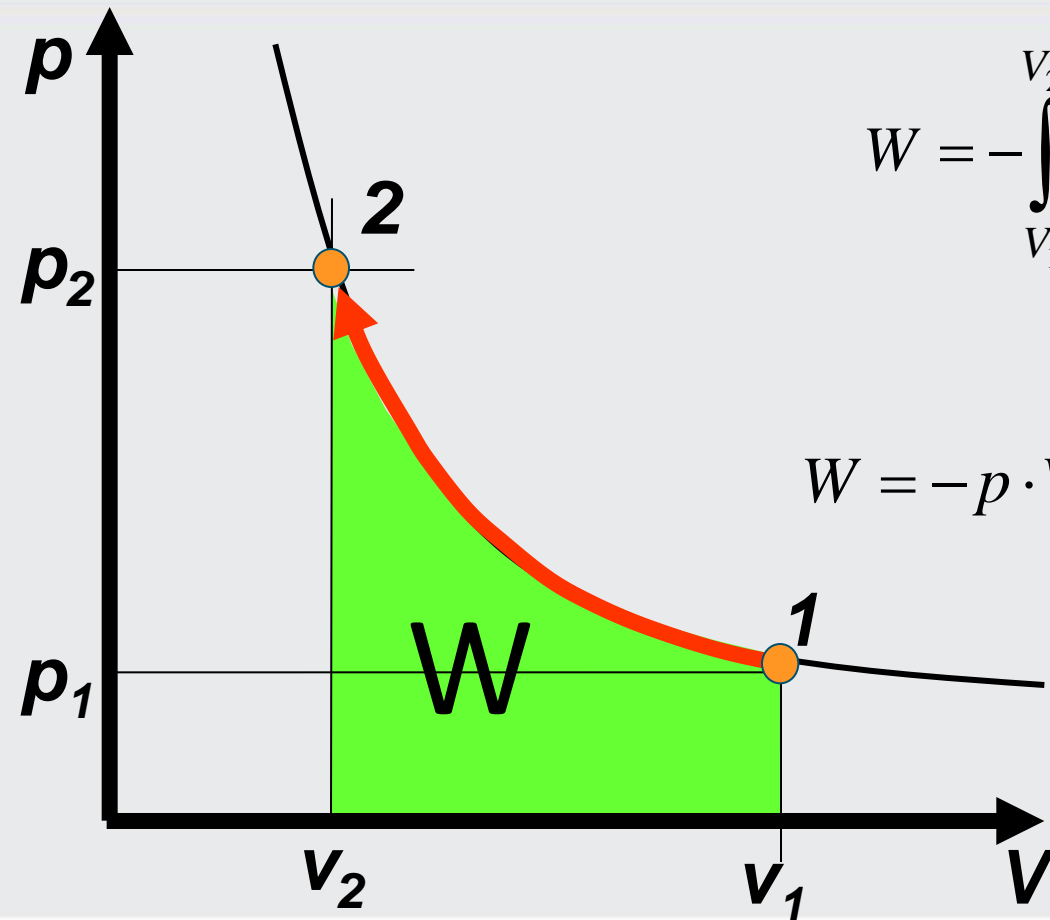
Izoterm tágulásnál a gáz által a környezetén végzett munkát teljes egészében a környezettől felvett hőmennyiség fedezi.

$$\Delta E_b = 0$$

$$Q = -W$$



# Izoterm állapotváltozás során végzett munka

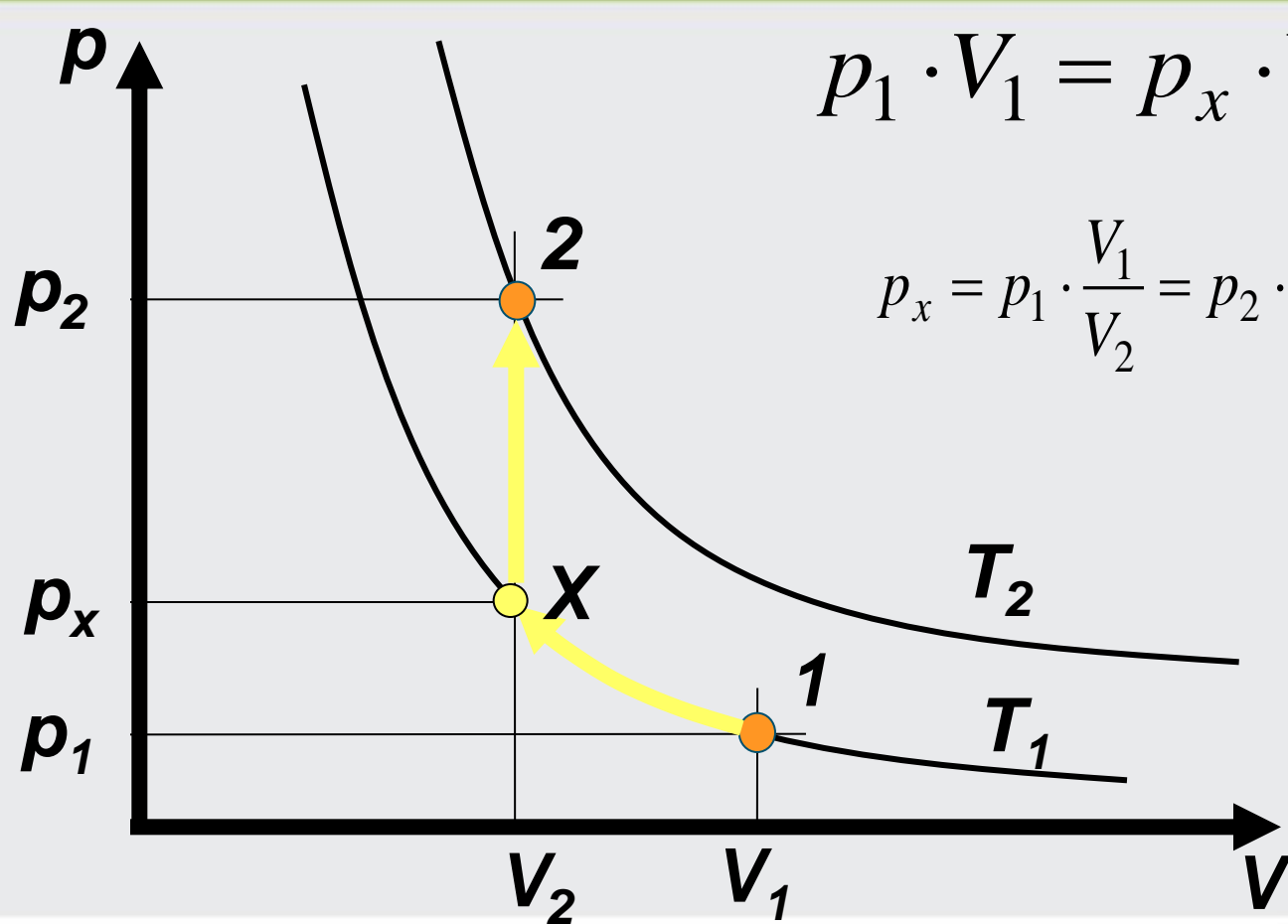


$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = -p \cdot V \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$W = -p \cdot V \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -p \cdot V \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$W = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

# Az általános gáztörvény



$$p_1 \cdot V_1 = p_x \cdot V_2$$

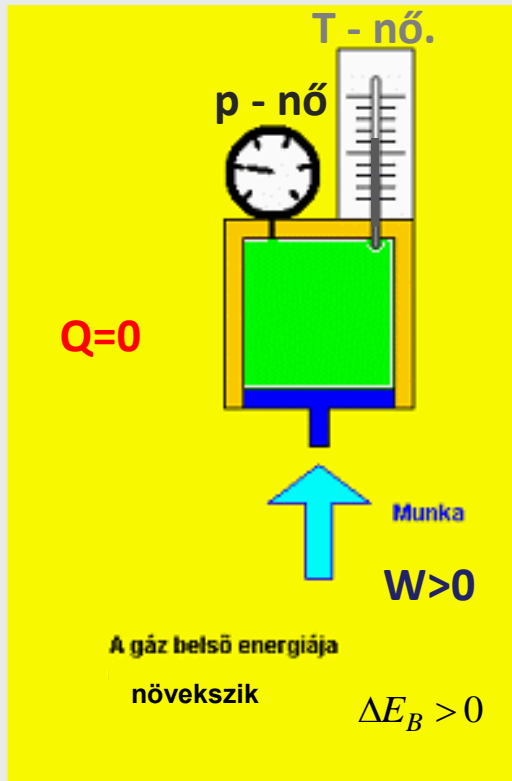
$$\frac{p_x}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$p_x = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} = p_2 \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{állandó}$$



# Adiabatikus állapotváltozás energetikája



Az állapotváltozás adiabatikusnak tekinthető ha:

- A gázmennyiség hőszigetelő fallal van körülvéve
- A folyamat lefolyása nagyon gyors ezért:

$$Q = 0$$

Ideális gázoknál:

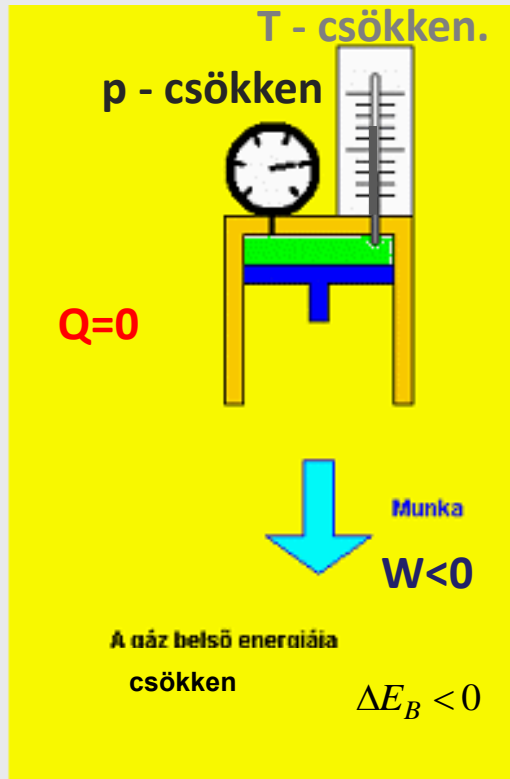
$$\Delta E_B = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

A fajhő ismeretében:  $\Delta E_B = c_V \cdot m \cdot \Delta T$

A térfogati munka:  $W = \Delta E_B$



# Adiabatikus állapotváltozás energetikája



Az állapotváltozás adiabatikusnak tekinthető ha:

- A gázmennyiség hőszigetelő fallal van körülvéve
- A folyamat lefolyása nagyon gyors ezért:

$$Q = 0$$

Ideális gázoknál:

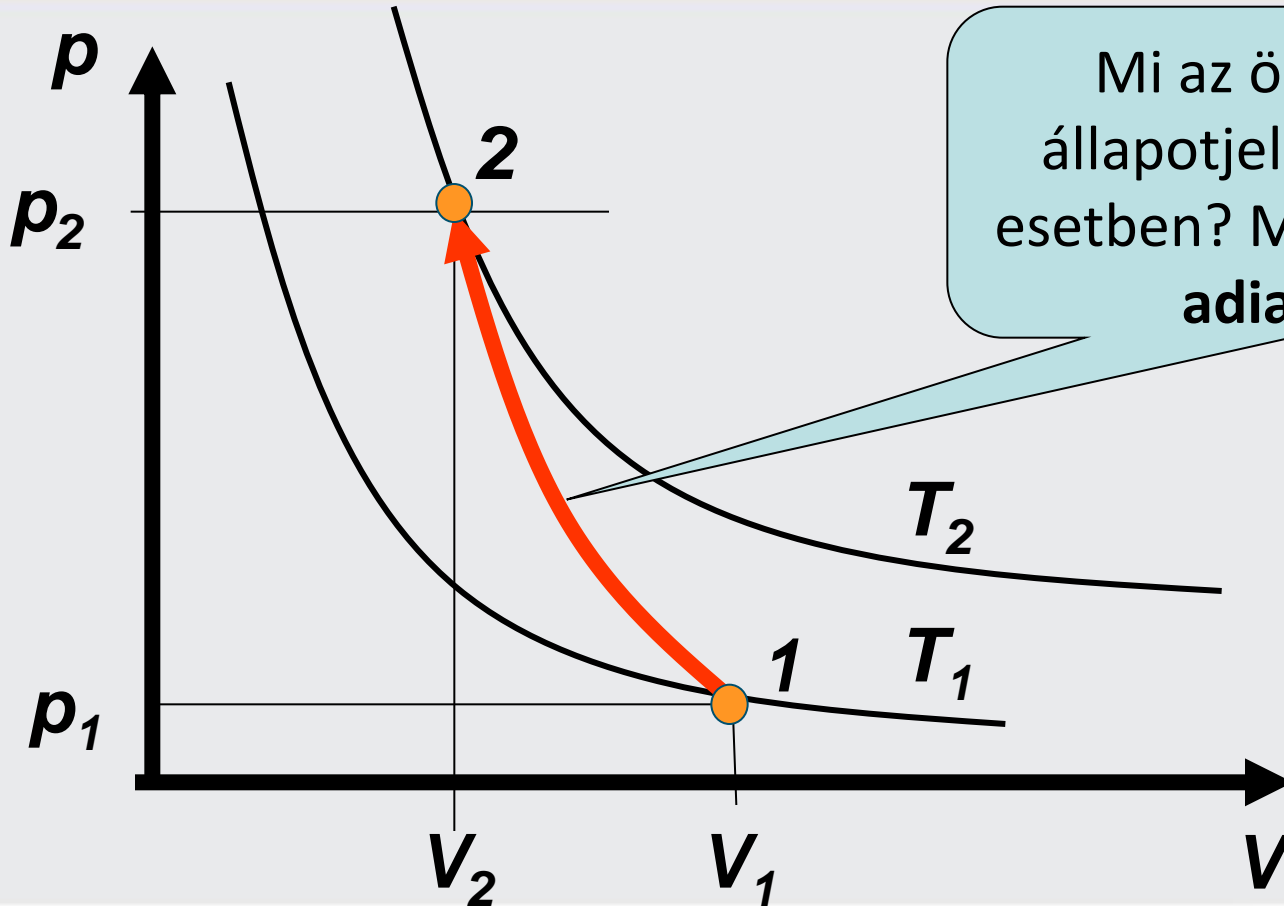
$$\Delta E_B = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

A fajhő ismeretében:  $\Delta E_B = c_V \cdot m \cdot \Delta T$

A térfogati munka:  $W = \Delta E_B$



# Az adiabatikus állapotváltozás függvénye



Mi az összefüggés az állapotjelzők között ilyen esetben? Mi az egyenlete az adiabatának?



# Az adiabata egyenlete

Az 1. főtételből

$$Q = 0 \Rightarrow dE_B = W \Rightarrow m \cdot c_v \cdot dT = -p \cdot dV$$

Az egyesített gáztörvényből

$$d(p \cdot V) = n \cdot R \cdot dT \Rightarrow n \cdot R \cdot dT = p \cdot dV + V \cdot dp$$

A kettő összevetéséből

$$m \cdot c_v \cdot \frac{p \cdot dV + V \cdot dp}{n \cdot R} = -p \cdot dV$$



# Az adiabata egyenlete

$$m \cdot c_v \cdot \frac{p \cdot dV + V \cdot dp}{n \cdot R} = -p \cdot dV$$

Átrendezés után

$$\left( c_v + \frac{R}{M} \right) \cdot p \cdot dV = -c_v \cdot V \cdot dp \quad c_p = c_v + \frac{R}{M}$$

a változók szétválasztásával

$$\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f}$$





# Az adiabata egyenlete

$$\kappa \cdot \ln V = -\ln p + \ln C$$

Átrendezés után

$$p \cdot V^{\kappa} = \textit{állandó}$$

A  **$\kappa$**  adiabatikus kitevő (hőfoktényező) értéke:

- a kétatomos gázok esetén kb. 1,4,
- háromatomos gázok esetén kb. 1,3.



# A Poisson-egyenletek

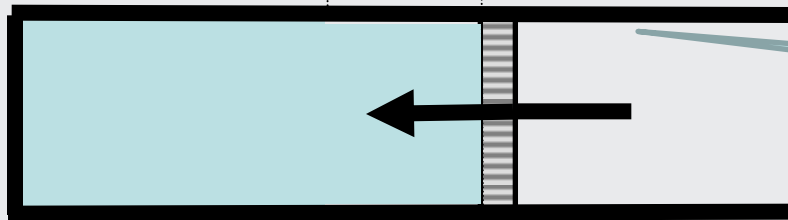
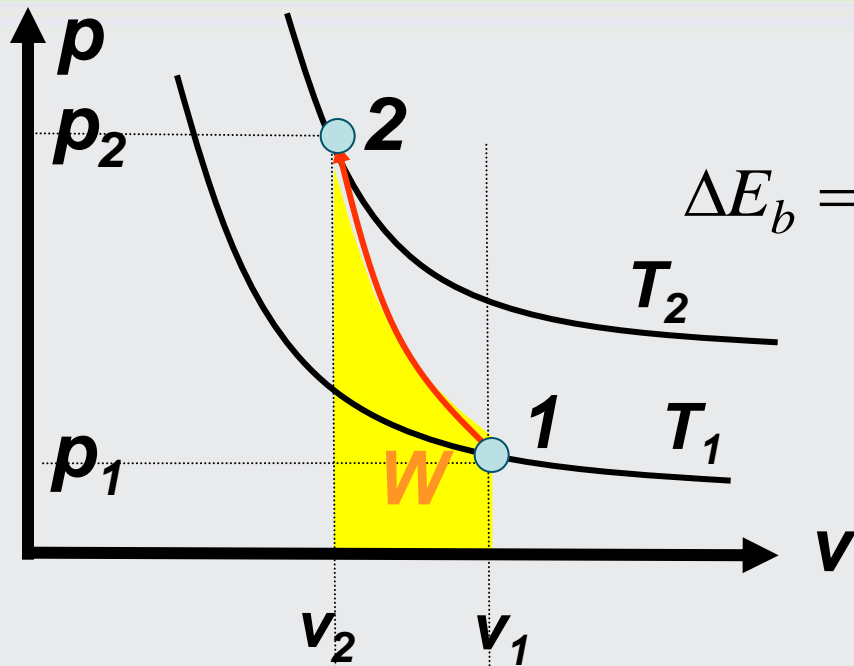
$$p \cdot V^{\kappa} = \text{állandó}$$

$$p \cdot \left( \frac{R \cdot T}{p} \right)^{\kappa} = p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \cdot T = \text{állandó}$$

$$\frac{R \cdot T}{V} \cdot V^{\kappa} = T \cdot V^{\kappa-1} = \text{állandó}$$



# Az adiabatikus állapotváltozás összefoglalás



$$Q = 0$$

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1)$$

$$\Delta E_b = m \cdot c_V \cdot \Delta T$$

I. főtétel:  $W = \Delta E_b$

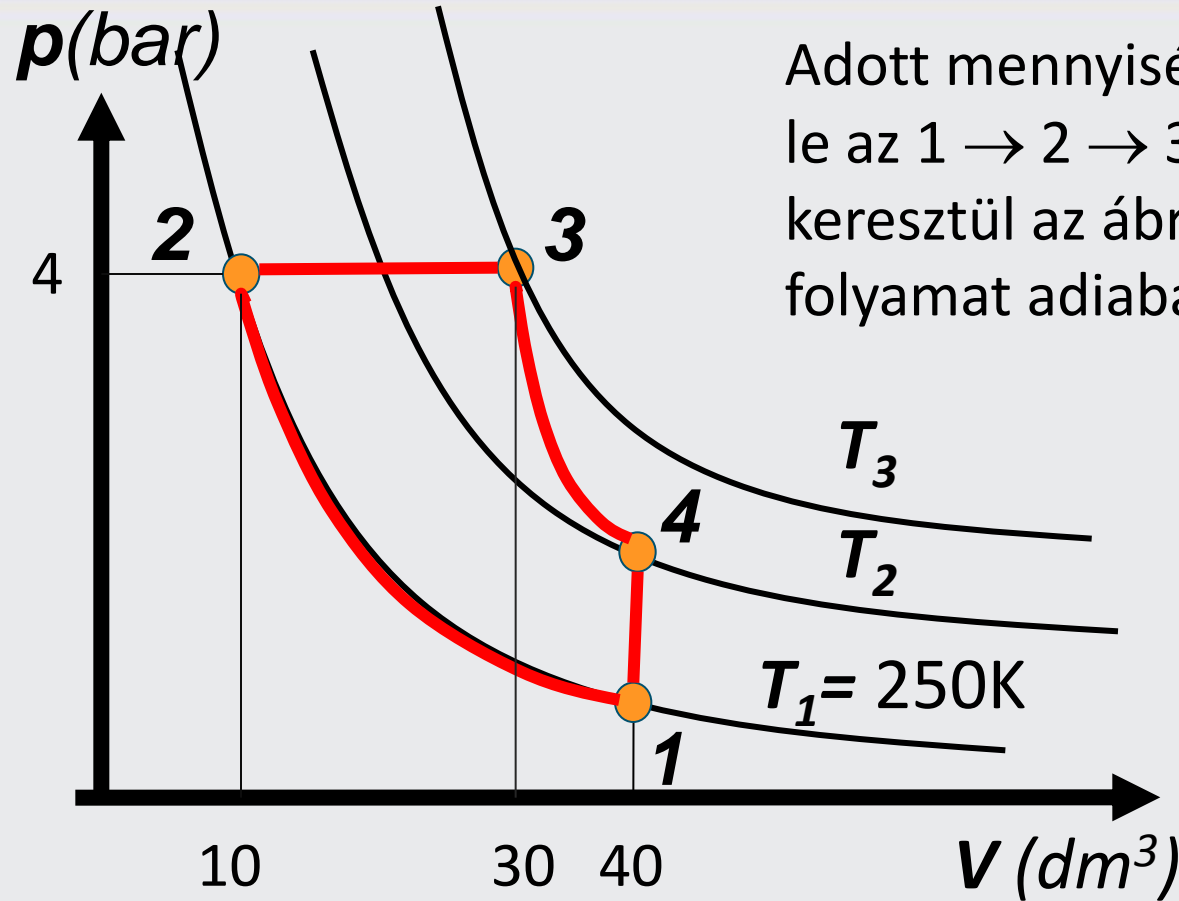
$$p \cdot V^\kappa = \text{állandó}$$

hőfoktényező:  $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f}$

hőszigetelő falú henger  
vagy hirtelen folyamat

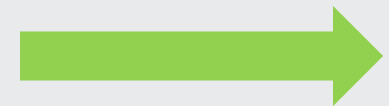


# Ellenőrző kérdések



Adott mennyiségű gáz körfolyamatot ír le az  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$  állapotokon keresztül az ábra szerint. A  $3 \rightarrow 4$  folyamat adiabatikus.

Az ábra alapján jelöljük meg az egyetlen helyes választ a következő kérdéseknél:



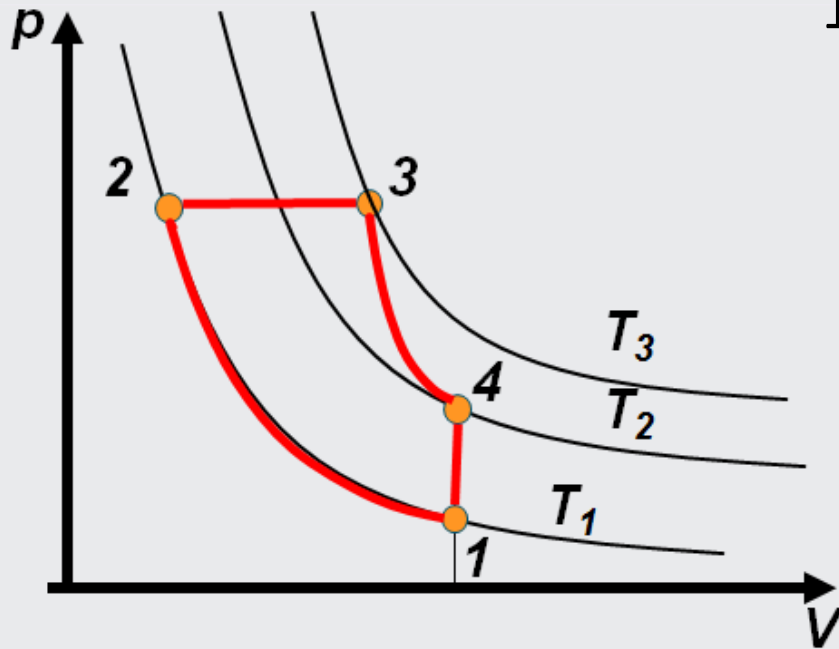
Melyik állapotban legnagyobb a gáz hőmérséklete?

1) 1. állapotban

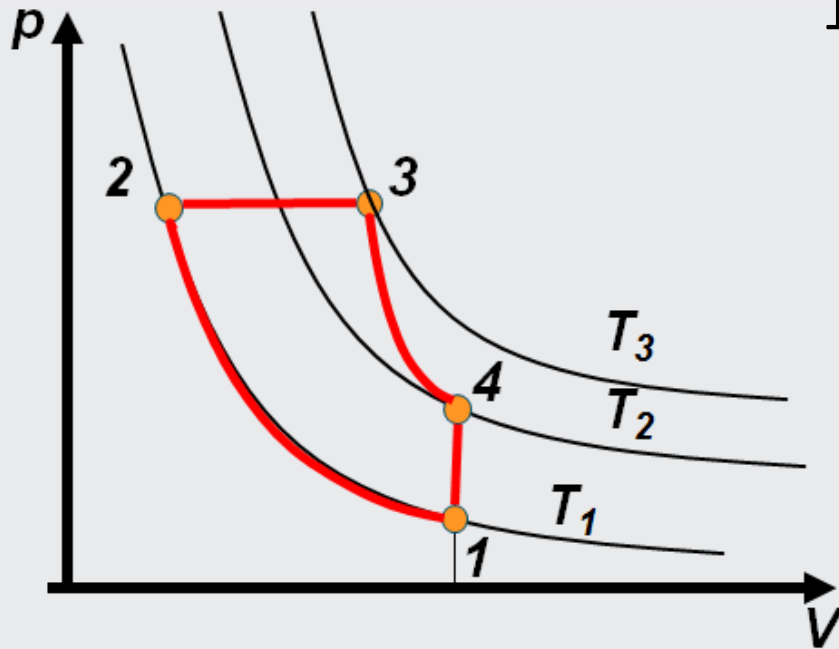
2) 2. állapotban

3) 3. állapotban

4) 4. állapotban



Mely állapotváltozások során nő a gáz belső energiája?



1)  $1 \rightarrow 2$  és  $2 \rightarrow 3$

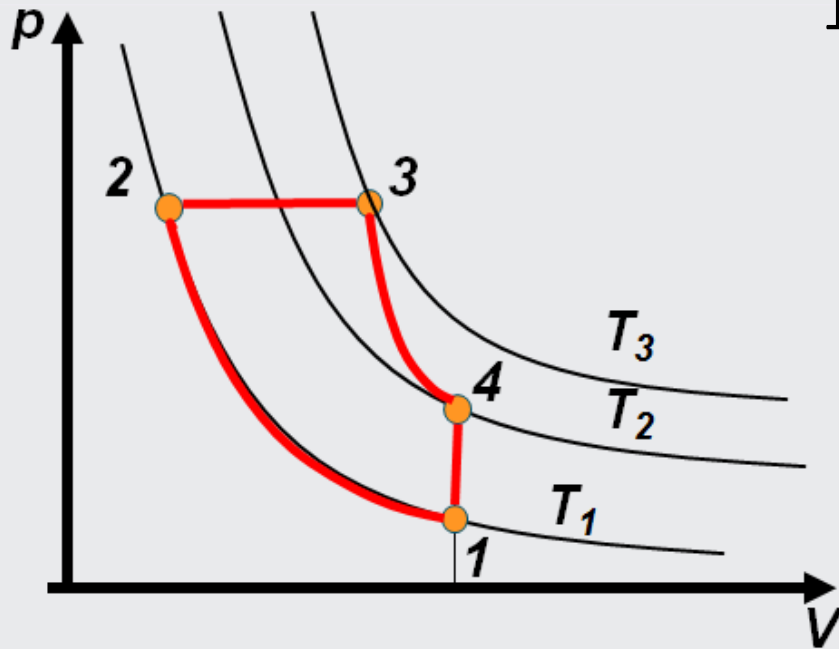
2)  $1 \rightarrow 2$

3)  $2 \rightarrow 3$

4)  $3 \rightarrow 4$  és  $4 \rightarrow 1$



Mely állapotváltozások során vesz fel hőt a gáz környezetétől?



1)  $1 \rightarrow 2$  és  $2 \rightarrow 3$

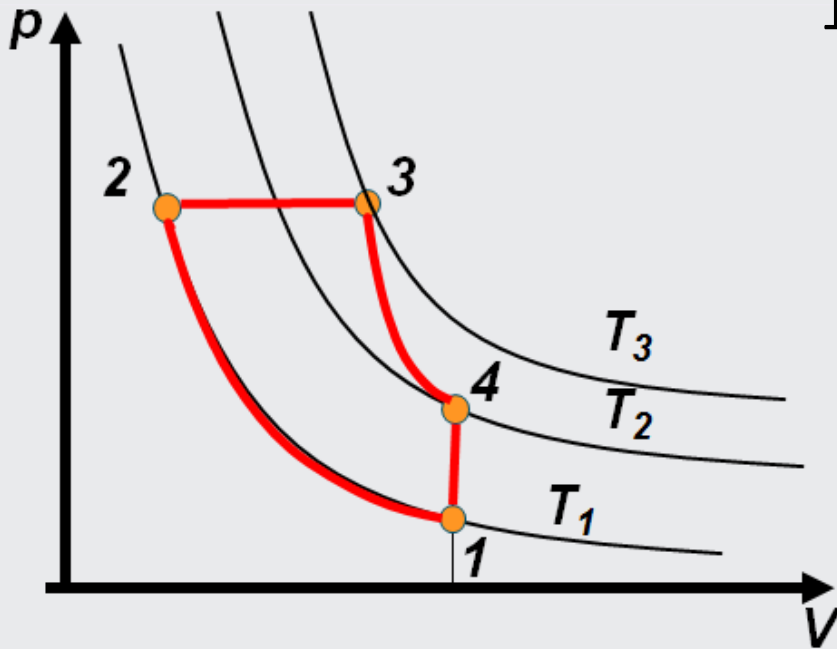
2)  $1 \rightarrow 2$

3)  $2 \rightarrow 3$

4)  $3 \rightarrow 4$  és  $4 \rightarrow 1$



Mely állapotváltozások során ad le hőt a gáz környezetének?



1) 1 → 2 és 3 → 4

2) 1 → 2

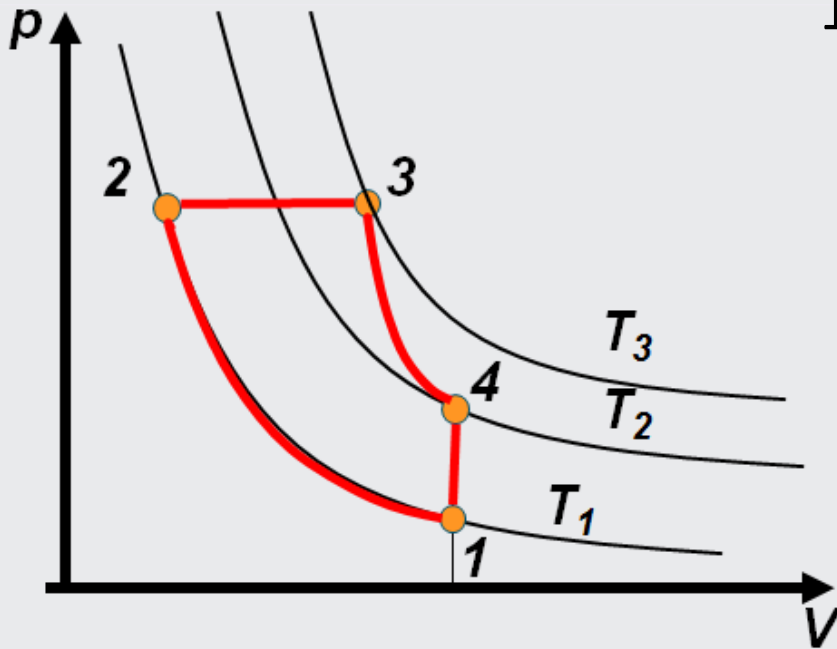
3) 3 → 4 és 4 → 1

4) 1 → 2, 3 → 4 és 4 → 1





Mely állapotváltozások során végez a környezet munkát a gázon?



1)  $1 \rightarrow 2$  és  $3 \rightarrow 4$

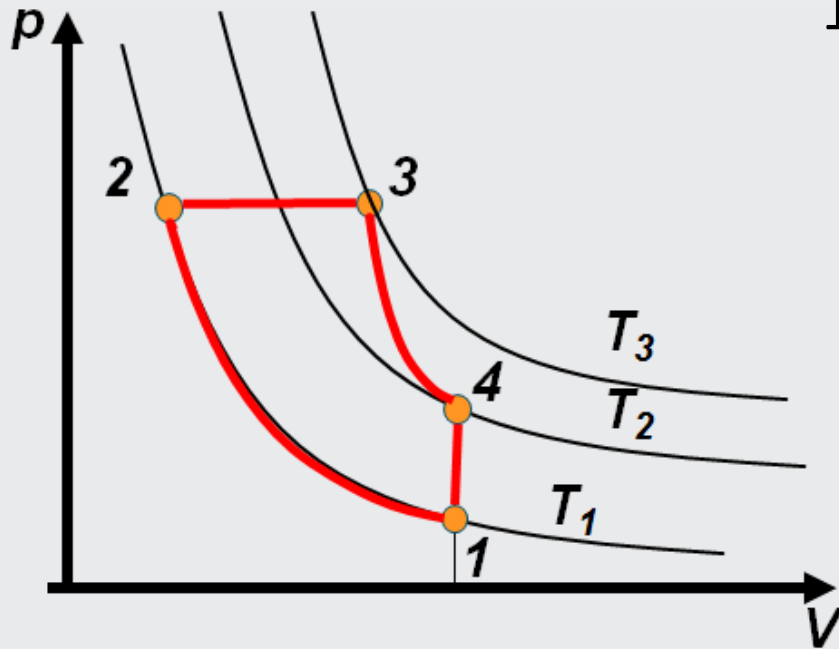
2)  $1 \rightarrow 2$

3)  $3 \rightarrow 4$

4)  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$  és  $3 \rightarrow 4$



Mely állapotváltozások során végez a gáz munkát környezetén?



1)  $1 \rightarrow 2$  és  $3 \rightarrow 4$

2)  $2 \rightarrow 3$

3)  $2 \rightarrow 3$  és  $3 \rightarrow 4$

4)  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$  és  $3 \rightarrow 4$



# Ellenőrző kérdések

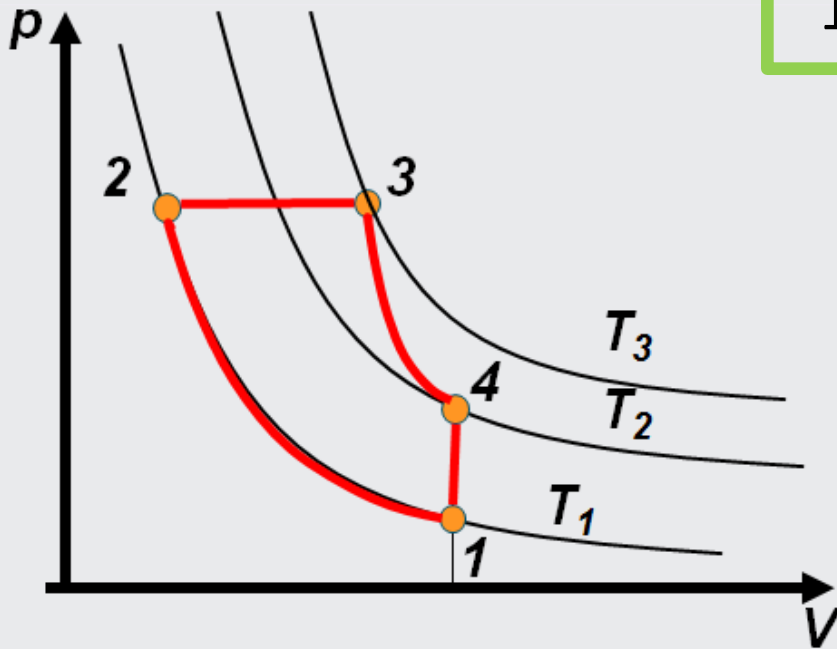
Melyek azok az állapotváltozások melyek során a végzett munka és a hőmennyiség ellentétes előjelű?

1)  $1 \rightarrow 2$  és  $2 \rightarrow 3$

2)  $2 \rightarrow 3$

3)  $3 \rightarrow 4$  és  $4 \rightarrow 1$

4)  $1 \rightarrow 2$



# Ellenőrző kérdések

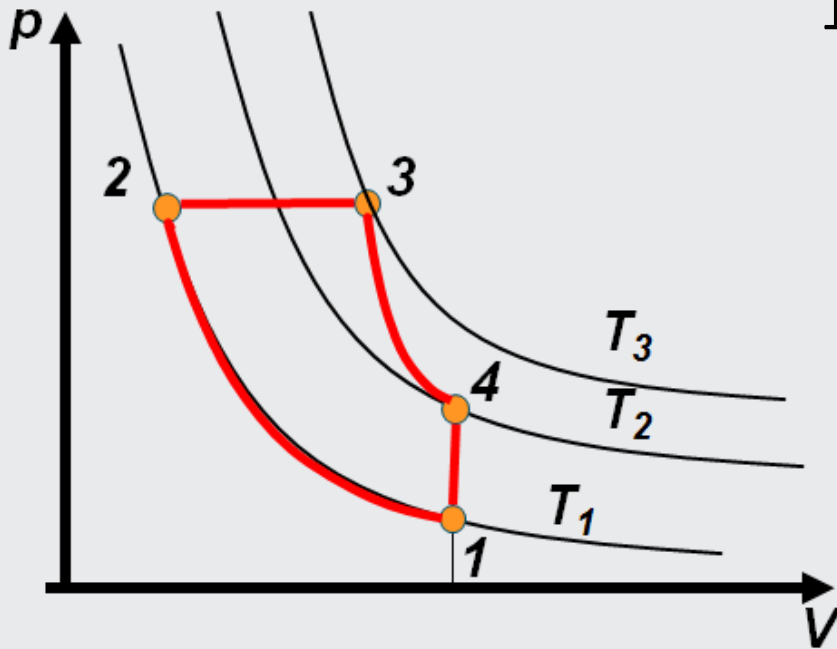
Melyek azok az állapotváltozások melyek során a belső energia megváltozása és a hőmennyiség azonos előjelű?

1)  $1 \rightarrow 2$  és  $3 \rightarrow 4$

2)  $2 \rightarrow 3$

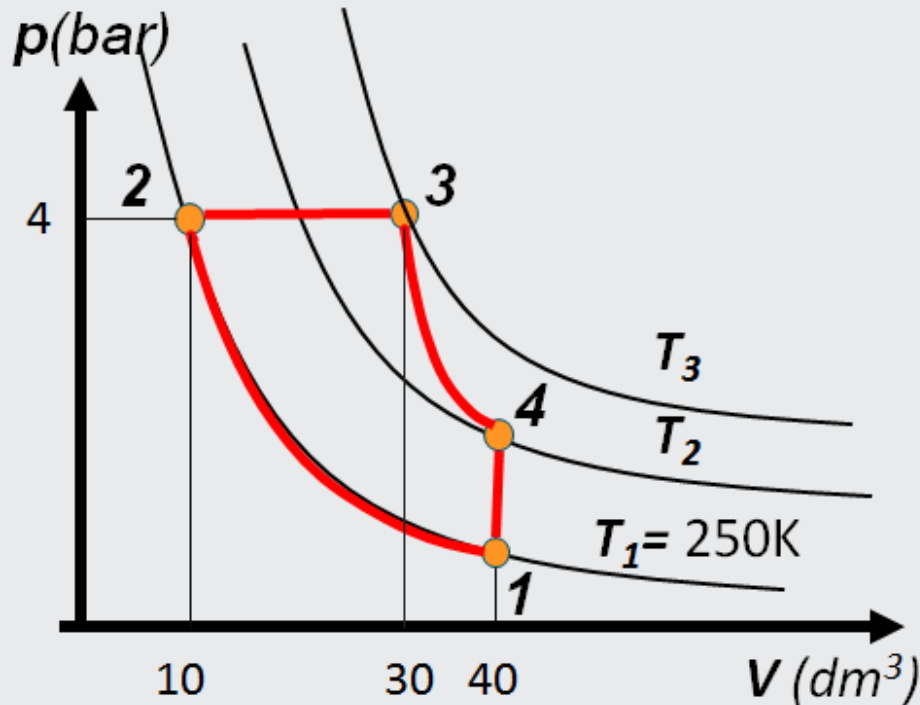
3)  $2 \rightarrow 3$  és  $4 \rightarrow 1$

4)  $4 \rightarrow 1$



# Szám példák

Adjuk meg a hiányzó állapotjelzőket, valamint a gázmennyiséget! A körfolyamatot kétatomos ideális gáz hajtja végre.



$$n = 1,93 \text{ mol}$$

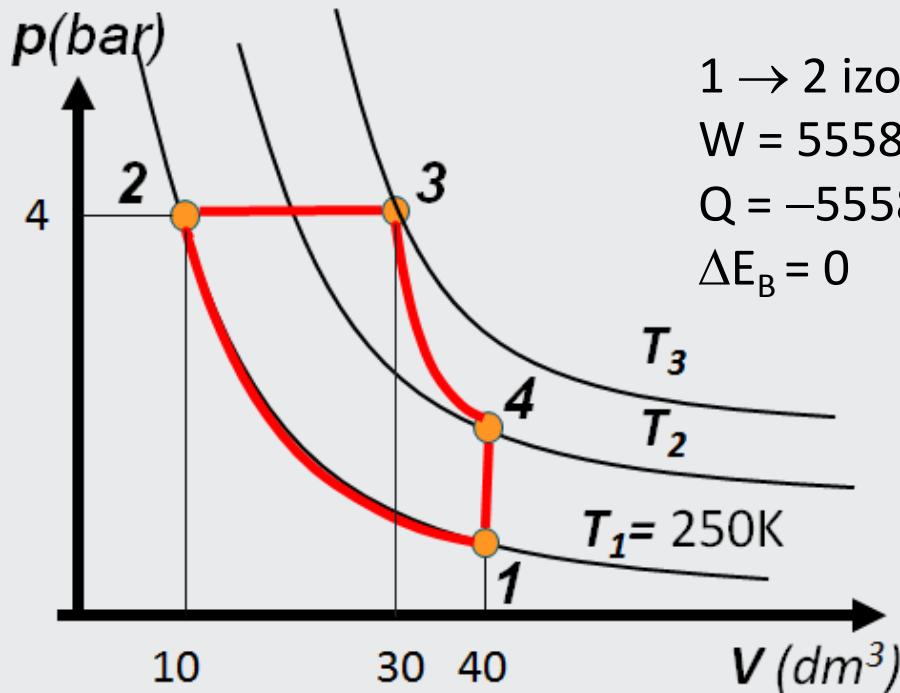
$$\begin{aligned} P_1 &= 1 \text{ bar} & V_1 &= V_4 = 40 \text{ dm}^3 \\ P_2 &= P_3 = 3 \text{ bar} & V_2 &= 10 \text{ dm}^3 \\ P_4 &= 2,67 \text{ bar} & V_3 &= 30 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 = 250 \text{ K} \\ T_3 &= 750 \text{ K} \\ T_4 &= 668,48 \text{ K} \end{aligned}$$



# Szám példák

Adjuk meg a minden egyes részfolyamatra a végzett munkát, a belső energia változását valamint a hőmennyiséget! A körfolyamatot kétatomos ideális gáz hajtja végre.



1 → 2 izotermikus:  
 $W = 5558,45 \text{ J}$   
 $Q = -5558,45 \text{ J}$   
 $\Delta E_B = 0$

2 → 3 izobár:  
 $W = -8000 \text{ J}$   
 $Q = 28000 \text{ J}$   
 $\Delta E_B = 20000 \text{ J}$

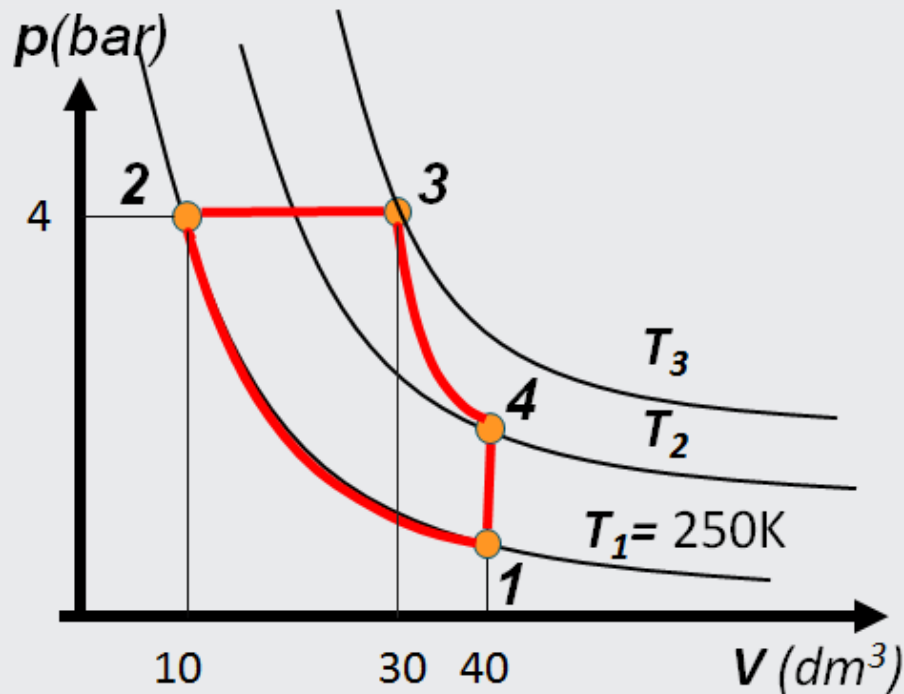
3 → 4 adiabatikus:  
 $W = -3268,61 \text{ J}$   
 $Q = 0$   
 $\Delta E_B = -3268,61 \text{ J}$

4 → 1 izochor:  
 $W = 0 \text{ J}$   
 $Q = -16700 \text{ J}$   
 $\Delta E_B = -16700 \text{ J}$



# Szám példák

Adjuk össze az előző feladatban kiszámított értékeket! Mekkora a belső energia-változások, hőmennyiségek, munkavégzések összege? Hogyan érvényesül az I. főtétel a teljes körfolyamatra?



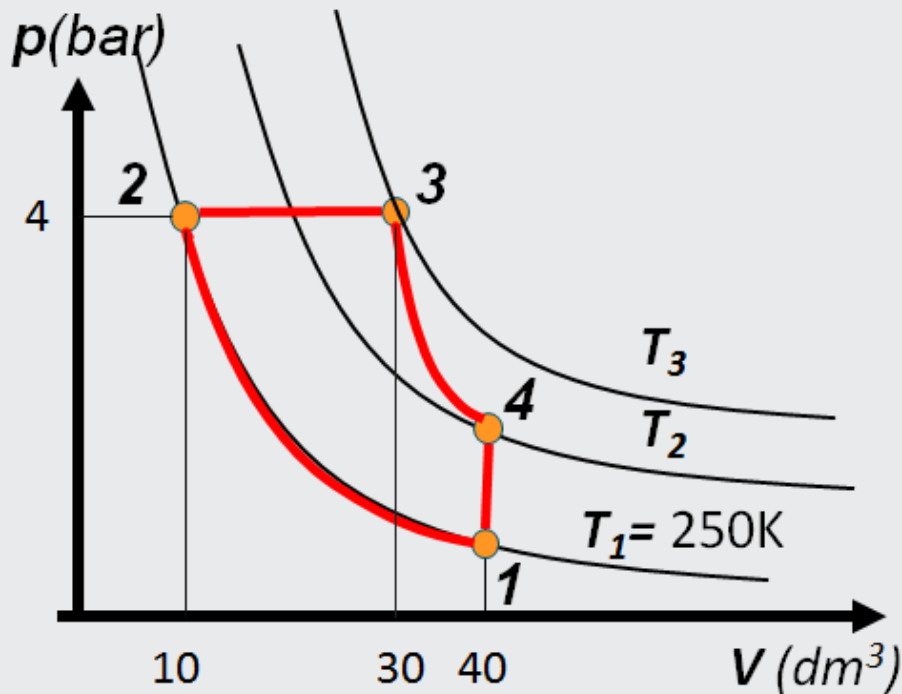
$$\Sigma W \approx -\Sigma Q$$

$$\Sigma \Delta E_B \approx 0$$



# Szám példák

Ha egy hőerőgép ezt a körfolyamatot írná le, mekkora termikus hatásfokkal működne?



$$\eta = \frac{\sum W}{\sum Q_{\text{felvett}}} \approx 20,39\%$$





Dr. Író Béla SZE-MTK: Hő és áramlástan elektronikus előadása

Walter Fendt Java animációi:

<http://titan.physx.u-szeged.hu/~serenyi/ph14hu/>

Animációk az ELTE sulifizika honlapjáról:

<http://sulifizika.elte.hu/html/m13.html>



A projekt az Európai Unió támogatásával,  
az Európai Szociális Alap  
társfinanszírozásával valósul meg.