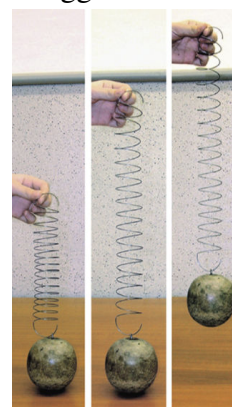


Munka , Energia, Teljesítmény

A feladatokat energetikai megfontolással oldjátok meg!

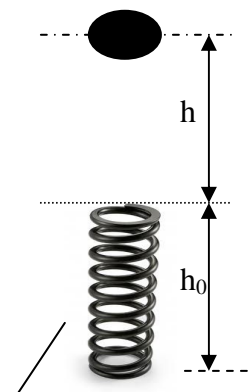
Alapfeladatok

1. Mekkora munkavégzés árán tudunk feljutni a 100 m magas és 500m hosszú lejtő tetejére, ha tömegünk 80kg? (80kJ)
2. Egy Túró Rudiban található kalóriát felhasználva feljuthatunk-e az Eiffel torony tetejére? A szükséges adatokat (Túró Rudi energiatartalma, Eiffel torony magassága) keressük meg az Interneten. Feltételezzük, hogy a Túró Rudi energiatartalmának 50%-át hasznosíthatjuk a mászáshoz szükséges munkavégzésre. (Igen!)
3. Vízszintes asztalon 50 kg tömegű ládát csúsztatunk állandó 70N nagyságú, az asztallal párhuzamos húzóerővel. A csúszó súrlódási tényező az asztal és láda között 0,1. Mennyi munkát végzünk 10 s idő alatt, ha feltételezzük, hogy kezdetben a láda nyugalomban volt? Mekkora a súrlódási erő munkavégzése ez idő alatt? Mekkora sebességet ér el a láda? Hogyan érvényesül a munkatétel ebben a folyamatban? (1400J, -1000J, 4m/s)
4. Felső végénél rögzített 5N/m állandójú rugó alsó végén 50g-os nehezék függ. Mekkora munkavégzéssel lehet a nehezéket 10cm-rel lehúzni? (25 mJ)
5. Egy $m=2$ kg tömegű golyót $D=40$ N/m rugóállandójú rugóval lassan, egyenletesen emelünk föl a padlóról. A rugó eredeti nyújtatlan hossza $l_0=10$ cm. A rugó felső végét fogjuk, és azt egy méterrel mozdítjuk fölfelé. Mekkora munkát végzünk és mekkora a nehézségi erő munkája a golyón? (15J, -10J)
6. Egy fonálra kötött, 2 kg tömegű, kezdetben nyugvó testet 80 cm magasra emelünk. A fonálerő 30 N nagyságú.
 - a. Add meg az emelési munkát! (16J)
 - b. Számold ki az általunk végzett munkát! (24J)
 - c. Mekkora a gyorsítási munka? (8J)
 - d. Mekkora lesz a sebesség a végállapotban? (2,83m/s)



7. Az ábrán látható acélból készült függőleges helyzetű D állandójú nyomórugóra h magasságból ráejtünk egy m tömegű fémgolyót. Feltételezzük, hogy a rugó összenyomódása közben a rugó mindvégig függőleges helyzetű marad. Mindenféle fékező hatástól eltekintünk. Vegyük a következő állapotokat:

- A: a golyó elejtésének pillanata (a rugónak nincs alakváltozása)
- B: A golyó szabadesése közben éppen hozzáér a rugó felső végéhez, legyen a golyó sebessége ekkor v_0
- C: a golyó nyomja össze a rugót, a golyóra ható eredő erő éppen nulla. Legyen a golyó összenyomódása ekkor x , a golyó sebessége v .
- D: a rugó összenyomódása éppen maximális, jelöljük ezt x_{\max} - al.



A folyamatot jellemző energiatípusokat jelöljük a következőképpen:
E - a rendszer teljes mechanikai energiája

E_m – a golyó mozgási energiája

E_h – a golyó helyzeti (magassági – gravitációs) energiája az asztalhoz vonatkoztatva

E_r – a rugó energiája

Add meg a rendszer különböző állapotaihoz tartozó összes mechanikai energia kiszámításának összefüggéseit $m, g, h, h_0, v, v_0, D, x, x_{\max}$ függvényében!

($E_A, E_B, E_C, E_D = ?$)

Jelöld meg a rendszer mely állapotában maximális a mozgási, helyzeti, rugalmas energia?

Tegyük ki a megfelelő relációs jeleket (<, >, =) a következő mennyiségek közé!

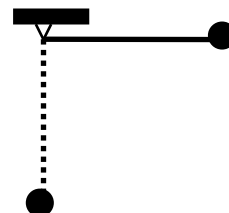
EA EB EC ED

8. Egy cölöpre 2 m magasból szabadon ejtünk egy 5 kg-os kalapácsot. Így a cölöp 10cm-rel befűrődik a földbe. Átlagosan mekkora fékezőerőt fejt ki a föld a cölöpre? (1000N)
9. Egy 12 magas és 16m alapú lejtő csúcsától szabadon csúszik egy 2kg tömegű tárgy. Mekkora sebességgel érkezik a tárgy a lejtő aljára, ha
- súrlódás nélkül csúszik (15,5m/s)
 - súrlódással csúszik, a csúszási tényező 0,2? (13,26m/s)
10. Egy 54km/h sebességű gépkocsi mekkora úton képes megállni a kerekek megcsúszása nélkül, ha a kerekei és út közötti tapadási súrlódási tényező 0,4? (28,12m)
11. Egy 1kg-os tárgyat kiejtenek a 15m magas toronyból. Mekkora magasságban lesz a tárgy sebessége 36km/h? Ha a légellenállást is figyelembe vesszük, mekkora a légellenállási erő munkavégzése, ha a tárgy 15 m/s sebességgel ér földet? (10m, -37,5J)
12. Egy labdát 10m/s sebességgel kidobnak egy 10m magas toronyból. Mekkora a légellenállás munkavégzése, ha a labda tömege 30dkg és 15m/s sebességgel csapódik a földnek? (-11,25J)
13. Egy rugós játékpuska $900 \frac{N}{m}$ állandójú rugója felhúzásnál 1,5 cm-rel összenyomott állapotba kerül. A puskába betöltött „lövedék” 10g tömegű.
- Mekkora sebességgel lövi ki a rugó a lövedéket? (4,5 m/s)
 - A kilövés szintjétől számítva milyen magasra emelkedhet a függőlegesen felfelé irányzott puskából kilőtt lövedék? (A légellenállástól eltekinthetünk.) (1m)



14. Függőlegesen fellőtt 1,6kg tömegű lövedék mozgási energiája a talaj fölött 100m magasságban 2 kJ. Mennyit fog még emelkedni a test, mekkora sebességgel lőtték ki? (125m, 67m/s)

15. Egy felső végénél rögzített 2m hosszú fonál másik végén egy 2 kg tömegű golyó van rögzítve. Megfogjuk a golyót és a fonalat kissé megfeszítve kitérítjük a vízszintes helyzetig, majd elengedjük a rendszert. Mekkora sebességgel halad át a golyó a függőleges helyzeten? A légellenállás elhanyagolható! (6,32m/s)

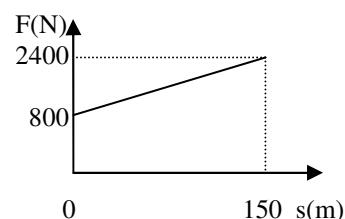


16. A vízszintes pályán haladó autó 12kW átlagos teljesítménnyel növeli sebességét 18km/h-ról 36km/h-ra. A kocsí tömege 1,2t. Mennyi ideig tartott a gyorsítás, ha a fékező munka ezen az útszakaszon 5000J? (4,16s)
17. Egy rugó egyik végénél vízszintes helyzetben rögzítve van. Másik végének egy 100g-os kiskocsi ütközik 3m/s sebességgel. Mekkora összenyomódást okoz a kiskocsi a rugónak, ha a rugóállandó 250 N/m. (6cm)
18. Csaba 5 m/s sebességgel meglöki a jégen álló Mátét. Mekkora utat tesz meg Máté a megállásig? Máté tömege 45 kg, a csúszási tényező 0,1. (12,5m)
19. Egy kondicionáló teremben használt rugós expanderben három egyforma, kivehető rugó található. Az egyik sportoló 24 cm-rel tudja megnyújtani az expander három rugóját.
- Mekkora megnyúlást képes előidézni, ha három helyett csak kettő rugó van az expanderben? (Feltételezzük, hogy mindkét esetben ugyanakkora erővel húzza az expandert.) (36cm)
 - Hogyan aránylik egymáshoz a sportoló által a két esetben végzett munka? (1,5 – szer akkora munka)
20. Egy $100 \frac{N}{m}$ -es nyomórugót 20cm-rel összenyomunk. A rugó egy 100g-os kiskocsit lök el vízszintes irányban. Mekkora lehet a kocsí legnagyobb sebessége, ha
- A súrlódástól eltekintünk (6,32 m/s)
 - A súrlódási tényező 0,2? (6,26 m/s)



Nehezebb feladatok

21. Oldjuk meg a 3.-as feladatot ugyanazokkal az adatokkal, azzal a különbséggel, hogy a húzóerő 45° -os szöget zár be az asztal felületével! (220,14J, -200,36J)
22. Mekkora sebességgel halad át egyensúlyi helyzetén az 4. feladatban leírt nehezék, ha legelső helyzetéből szabadon engedik? (1 m/s)
23. Egy autó nyugalomból indul. A motor húzóerejét az ábra szemlélteti. A légellenállásoktól és mindenféle fékező hatástól tekintünk el. Mekkora sebességre gyorsul fel az autó a 150m út megtétele után? Tudva, hogy ez a gyorsítás 13,7s alatt történt mekkora az autó motorjának átlagteljesítménye? Az autó tömege 8 mázsa. (88,18km/h, 19,6kW)

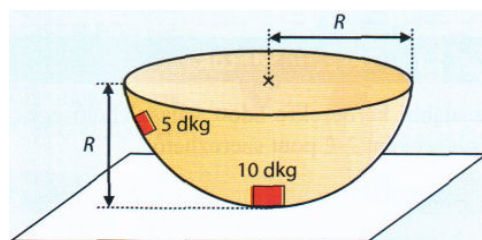


24. 50kg tömegű ládát vízszintes talajon állandó 100N vízszintes erővel kezdünk el húzni. Mekkora munkát végzünk 15s alatt, ha a súrlódási együttható 0,1? Mekkora a gyorsítás határfoka? (11,25kJ, 50%)
25. Egy test szabadon esik 68,6m magasságról. Mekkora az a magasság mellynél a mozgási energia háromnegyede a gravitációs potenciális energiának? Mekkora a test sebessége ebben a pillanatban? ($g=9,8m/s^2$) (39,2m, 24m/s)

26. Egy autó egyenletesen mozog 54km/h sebességgel. Az autó teljesítménye állandó, feltételezzük, hogy mindenféle fékező hatást figyelembe véve a sebességgel egyenesen arányos fékezőerővel számolhatunk. Mekkora sebességgel mozog az autó, 30%-al nagyobb teljesítmény esetén? (61,6km/h)

27. Egy testet felfelé csúsztatunk 15 m/s kezdősebességgel egy 12m hosszúságú és α ($\sin\alpha=0,6$) hajlásszögű lejtő mentén. Tudva, hogy a test éppen hogy felér a lejtő csúcsáig, és onnan visszafordul, bizonyítsátok be, hogy a mozgás súrlódással történik, számítsátok ki a súrlódási együtthatót. (0,42)

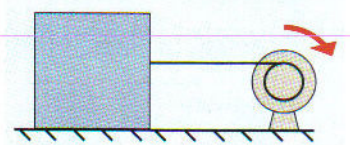
28. Az $R = 27$ cm sugarú, félgömb alakú rézüst aljára a cukrászmester már bekészített egy 10 dkg-os fagyos vajdarabot, a recept szerint azonban még 5 dkg-ra szükség van: ennek hozzáadását a mester a kuktára bízta. A játékos kedvű kukta a hűtőszekrényből kivett vajdarabkát az üst széléről elengedi, és gyönyörűséggel figyeli, ahogy az leszánkázik, majd a 10dkg-os darabbal összetapadva felcsúszik az üst szemközti falán. Egy dolog azonban szöget üt a fejébe: "A vajdarabkák és az üst felülete között a súrlódás elhanyagolható, ezért a rendszerben a mechanikai energiának meg kell maradnia. Az 5 dkg-os vajdarabka kezdeti, R magasságban meglévő helyzeti energiája viszont csak akkor egyezhet meg az összetapadt, háromszor akkora tömegű vajdarabnak a felcsúszás végén adódó helyzeti energiájával, ha a 15 dkg-os darab $\frac{R}{3}$ magasságba emelkedik fel. Ezzel szemben akárhányszor próbálkozom, a 15 dkg-os „vajszánkó” sohasem éri el ezt a magasságot!"



a. Hol a hiba a kukta gondolatmenetében?

b. Legfeljebb milyen magasra csúszhatnak fel az összetapadt vajdarabkák az üst falán? (3cm)

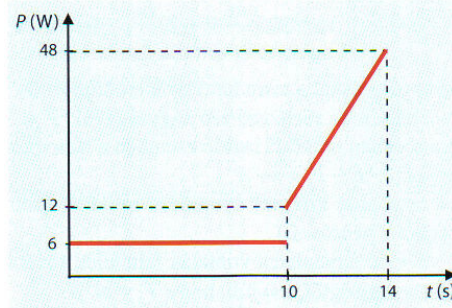
29. Egy 200 kg tömegű ládát elektromos motorral meghajtott, kétfokozatú csörlő segítségével a talajjal párhuzamosan futó kötéllel vontatnak. Amikor a csörlő az első fokozatban működik, a láda egyenletesen csúszik a talajon $20 \frac{cm}{s}$ nagyságú sebességgel. Tíz másodpercen keresztül így vontatják a ládát, majd a magasabb fokozatba kapcsolják a csörlőt. Ettől kezdve kétszer akkora erővel történik a vontatás, mint az első fokozatban ennek



következtében a láda 4s alatt $80 \frac{cm}{s}$ nagyságú sebességet ér el.

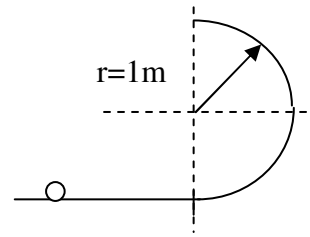
a. Mekkora munkát végzett a ládára ható súrlódási erő a mozgás 14 másodperce alatt? (-120J)

b. Veszteségmentes működést feltételezve ábrázolja a csörlőt hajtó elektromotor által felvett elektromos teljesítmény időbeli változását a vontatás kezdetétől a tizennegyedik másodperc végéig terjedő intervallumban!



30. Függőleges helyzetben alátámasztott 20 N/cm állandójú súlytalannak tekinthető nyomórugóra, annak szabad végétől mért 1,8m magasságból, 0,4 kg tömegű testet rádobunk a rugóra. Mekkora v_0 kezdősebességgel kell a testet indítanunk, hogy a rugó 20 cm-rel összenyomódjon? (12,64 m/s)

31. Minimálisan mekkora sebességgel kell indítani az ábra szerinti tekepályán a súrlódás nélkül mozgó golyót, hogy sehol sem váljon el a pályától? (7m/s)



32. Egy 1t tömegű teherautó kikapcsolt motorral 54km/h állandó sebességgel gurul le a 4m magas és 100m hosszú emelkedőről. Mekkora motorteljesítmény szükséges ahhoz, hogy a teherautó ugyanakkora sebességgel felfelé haladjon a lejtőn? (12kW)

33. Egy 1200 kg-os autó nyugalomból indulva 15s alatt felgyorsul 100 km/h sebességre. A légellenállást is figyelembe véve tekintsük a mozgást egyenletesen gyorsulónak, a gyorsulás 4m/s^2 . Az autó alaki tényezője 0,3, homlokfelülete 3 m^2 , a levegő sűrűsége $1,3\text{ kg/m}^3$, feltételezzük, hogy szélcsend van. Mekkora motorteljesítmény szükséges ehhez? (62,45 kW=84,91LE)

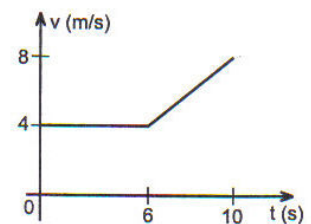
34. Egy 0,6 m sugarú gömb tetején egy kis golyót elengedünk. A gömb tetejétől számítva milyen magasságban hagyja el a gömböt a golyó? A súrlódástól eltekintünk. (0,2m)

35. 80kg-os síelő 50m magas és 2000m hosszú lejtőről csúszik le szabadon, hajtás nélkül. A lejtő vízszintes szakasszal folytatódik. Mekkora úton áll meg a síelő a vízszintes szakaszon, ha feltételezzük, hogy a csúszó súrlódási tényező mindenhol 0,02 és azt, hogy a síelő nem veszít a sebességéből a vízszintes szakaszra való átmenetkor. (kb. 500m)

36. Egy négyzet alapú egyenes hasáb tömege 40kg. A hasáb magassága 80cm, alapjának éle 60cm. A hasáb a négyzetlapján nyugszik egy vízszintes felületen. Mekkora munka árán lehet felborítani a hasábot (egyik alapéle körüli elforgatással)? (40J)

37. Az ábrán egy 50 kg tömegű szánkó sebesség-idő grafikonja látható. A szánkó és a talaj közötti csúszási súrlódási együttható 0,15.

- Ábrázoljuk a húzóerőt az idő függvényében!
- Mekkora munkát végzett a húzóerő 10 s alatt? (4800J)
- Mekkora a súrlódási erő által végzett munka 10 s alatt? (-3600J)



38. Egy testet 50cm hosszú fonalra függesztünk. Mekkora vízszintes irányú sebességgel kell meglökni, hogy átforduljon függőleges helyzetén? (5m/s)