

A tér élmény megragadási kísérlete a geometria axióma rendszereiben

Kiegészítések és megjegyzések

21. oldal

* A háromszög egyenlőtlenségéből: $RR_1 + R_1Q > RQ$, a keletkező sor összege tehát monoton növekvő, de korlátossága csak a szemléletből következik!

29. oldal

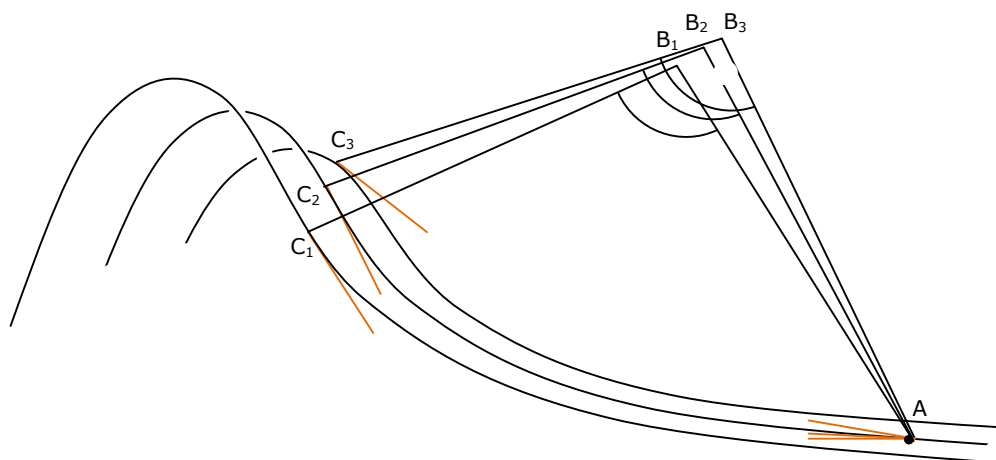
* A hetedik axióma a következőt mondja: „Az egymásra illeszkedők egyenlők egymással.” A mondat szemantikai értelmezése alapján legalább két különböző egyedi, tehát megkülönböztethető objektumról állítjuk az illeszkedés tényét. A mondat ugyanakkor rejtett, nem explicit tartalmakat hordoz. Eleve feltételezi ugyanis, hogy az illeszkedés előtt az illeszkedők nem azonos >helyen< is lehettek, ez esetben pedig képesek minden korlátozás nélkül egymásra „mozogni”. A rejtett tartalomtól eltekintve a sík ugyanazon helyén egymáson nyugvó objektumok egyenlősége triviális, ezért ebben az értelemben az axióma semmit mondónak tűnik. Annyit persze mindenképpen mond – és ez nem kevés –, hogy az egyenlőség kimondásának alapjául szolgáló objektum tulajdonság egy adott helyen független az objektumok egyediségétől. Ennek további mély következménye, hogy az egyenlőség kimondásának alapjául szolgáló „egyenlőnek lenni” tulajdonságot valójában nem az objektum hordozza, hanem a beágyazó tér. Az axióma legmélyebb járulékos tartalma, hogy van mozgás és ezáltal(?) van illeszkedés. Nem definiált ugyanakkor sem az >illeszkedés< fogalma, sem az >egyenlőség< fogalma. Nem nyilvánvaló ezért, hogy egy mozgó objektum korábbi „helyén” egyenlő-e az axióma értelmében egy későbbi „helyen” létező önmagával, illetve ezt hogyan lehetne ellenőrizni.

A 15. definíció és a második tétel kapcsolata

Korábban azt mondtuk, Euklidész „ráutaló” magatartása a szerkesztéseknél azt a benyomást kelti, Euklidész úgy véli, ami szerkeszthető az létezik is. A kettes tétel elemzése során hivatkoztunk a sík felett mozgó „teremtő” körzöre, és beosztás nélküli egyenes vonalzóra. Adódik azonban egy további fontos észrevétel: miközben felépítjük a síkot a definíciók, az axiómák és posztulátumok segítségével, a síkban megjelenő alakzatok létezését éppen az őket létrehozó, „nem vitatható” konstrukciós eljárások - szerkesztések - segítségével próbáljuk megalapozni. Ekkor azonban a még el sem készült kétdimenziós sokaság tulajdonságait egy már kész háromdimenziós sokaságból igyekszünk származtatni, melynek azonban kész altere az éppen készülőnek gondolt sík. Nem tekinthetünk el tehát attól, hogy a „teremtő” körző valójában *a kész sík felett mozog, nem a készülő felett*. A körző tehát nem „teremt”, mindössze leköveti az egyébként már megteremtett és már létező, térbe „belefagyott” tulajdonságokat. Amikor konstruáljuk a síkot, nem tételezhetjük a már kész, síkot tartalmazó teret. Nincs tehát szerkesztés, nincs körző. Nem emelkedhetünk ki a még meg sem alkotott sík fölé, mert mi is az, hogy >>fölé<<, és így nem is tekinthetünk vissza rá. Nem képzelhetjük el a sík sík-voltát, és a merev körző változatlan hosszúságú szárai és a száruk rögzített szöge következtében sík felett mozgó minden helyzetben egybevágó háromszögek síkban fekvő állandó hosszúságú harmadik oldalait sem, melyek a szerkesztés közben végigsöpörnek a kör sugarain. De ebben a pillanatban elvesztettük a távolság fogalmát is.

Képzeljünk el egy sűrű erdőt egy dombvidéken, amelyben egy bizonyos algoritmus szerint megjelölünk bizonyos fákat (C_1, C_2, C_3). Ha mi kijelentjük, hogy minden megjelölt fa – valamilyen értelemben – egyenlő távol van egy kiindulásul választott fától (A), akkor per definitionem egyenlő távol van. Ebből azonban nem következik, hogy az AC_1, AC_2, AC_3 erdei ösvények egyenlő hosszúak! Ha nincs repülő alkalmatosságunk és hegy sincs a közelben, azaz nem tudunk rátekinteni a „síkra”, azt sem fogjuk tudni megmondani, milyen alakzatot alkotnak a kijelölt fák. Kétdimenziós lényként le kell tehát mondanunk a kör fogalmát megalapozó forma látványáról! Ugyanebben az értelemben sem önmagunkról, sem saját gondolkodásunkról nincs képünk.

A „sík” felett mozgó körző szárai alkotta AB_iC_i törött vonalak egybevágóak ($\beta_1=\beta_2=\beta_3$), azonban $\gamma_2 > \gamma_1 > \gamma_3$.



30. oldal

* A második tételben két szakasz egyenlősége nem múlhat az illesztési axiómán. De akkor min múlik? Azon a >>hiten<<, hogy a kör sugarai egyenlők, hogy van olyan görbe egyáltalán, amire a kör „definíciója” igaz. Illesztési eljárás nélkül, nem definiált távolság fogalom mellett intuitív merészség a sugarak egyenlőségét állítani. A kettes tételben AL szakasz nem kópiája(!) BC szakasznak, ugyanis DL sugár nem kópiája a K kör DG sugarának. A kör sugarai nem egymás kópiái, mindegyik önálló individuális létező! A mozgás posztulációja tehát nem önmagában, mint >mozgás< érdekes, hanem abban az értelemben, hogy van-e „önazonos mozgás”, megmarad-e valamilyen értelemben a mozgottak alanyiséga, legalább hosszuk tekintetében? Persze kifejezhetjük vágyainkat: Maradjon meg! De nem tudjuk megmarad-e, és ha igen milyen értelemben. Nem tudjuk megragadni a távolság fogalmát!

37. oldal

* Mivel a „között van” bevezetése pillanatában még nem definiált absztrakt viszony, a *között* fogalmának valóságban megjelenő szimmetria tulajdonságát kifejezésre kell juttatni: $K(B,AC) \Rightarrow K(B,CA)$.